

Санкт-Петербургский государственный университет

В.В.Монахов, С.А.Курашова, А.В.Кожедуб, А.П.Горбенко

**Разбор избранных заданий  
Интернет-олимпиады школьников по физике 2024/2025 учебного года**

Санкт-Петербург

2025 г.

УДК 373.5:53.05

ББК 74.262.23

Рецензент: доктор физ.-мат. наук, профессор С.Л.Яковлев.

Печатается по решению кафедры вычислительной физики физического факультета СПбГУ.

В.В.Монахов, С.А.Курашова, А.В.Кожедуб, А.П.Горбенко.

Разбор избранных заданий Интернет-олимпиады школьников по физике 2024/2025 учебного года: Учебно-методическое пособие. – СПб: СПбГУ, 2025. – 28 с.: ил.

Учебно-методическое пособие предназначено для учащихся средней школы из 7–11 классов. В нём разбирается решение задач и порядок выполнения виртуальных физических экспериментов, предлагавшихся ученикам 7–11 классов на отборочных и заключительном туре олимпиады 2024/2025 учебного года. Также может быть использовано учителями физики, студентами-физиками, изучающими предмет «Педагогика», и студентами педагогических вузов для подготовки школьников к олимпиадам по физике.

УДК 373.5:53.05

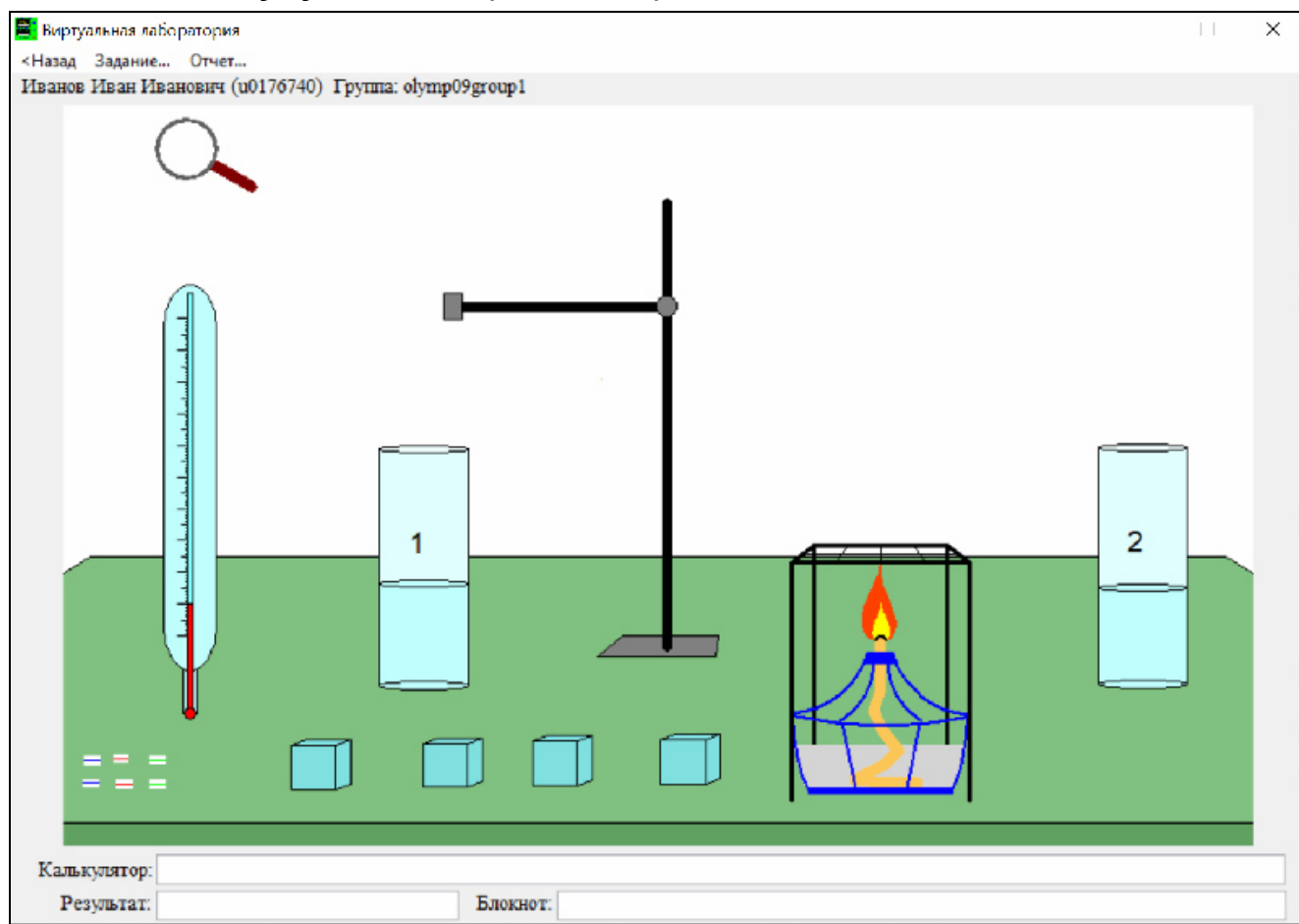
ББК 74.262.23

© В.В.Монахов, С.А.Курашова, А.В.Кожедуб, А.П.Горбенко, 2025

## Оглавление

1. Тур 1. 8-11 классы. Олимпиада, модель: Определите температуру воды в стаканах и массу кубика льда (15 баллов).....	4
2. Тур 1. 7-8 классы. Олимпиада, задача: График с неподписанной осью (25 баллов).....	8
3. Тур 1. 7-8 классы. Олимпиада, задача: Сосуд с отверстиями (20 баллов).....	9
4. Тур 1. 10-11 классы. Олимпиада, задача: Автомобиль и велосипедисты (20 баллов).....	11
5. Заключительный тур. 11 класс. Олимпиада, модель: Электрическая звезда (30 баллов).....	13
Заключительный тур. 9 класс. Олимпиада, модель: Эксперименты с горкой (30 баллов).....	18
6. Заключительный тур. 11 класс. Олимпиада, задача: Давление в сосуде с водой и идеальным газом (15 баллов).....	26

## 1. Тур 1. 8-11 классы. Олимпиада, модель: Определите температуру воды в стаканах и массу кубика льда (15 баллов)



Имеется два стакана с водой, четыре одинаковых кубика льда, спиртовка и градусник с самодельной неподписанной шкалой. Также имеется шесть разноцветных наклеек, которые можно закреплять на градуснике. Объём воды в первом стакане равен  $194 \text{ см}^3$ , во втором  $184 \text{ см}^3$ .

Определите температуру воды в каждом из стаканов, а также массу одного кубика льда. Ответы вводите с точностью не хуже чем до десятых. Плотность воды считайте равной  $1 \text{ г/см}^3$ , удельная теплота плавления льда равна  $335 \text{ кДж/кг}$ , теплоёмкость воды равна  $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{°C)}$ . Начальная температура льда равна  $0^\circ\text{C}$ .

Время в модельном эксперименте ускорено, чтобы не приходилось ждать слишком долго, а происходящие процессы изображаются идеализированно - можно пренебречь теплоемкостью стаканов и обменом тепла между водой и окружающей средой во всех случаях, кроме того, когда стакан с водой находится на спиртовке.

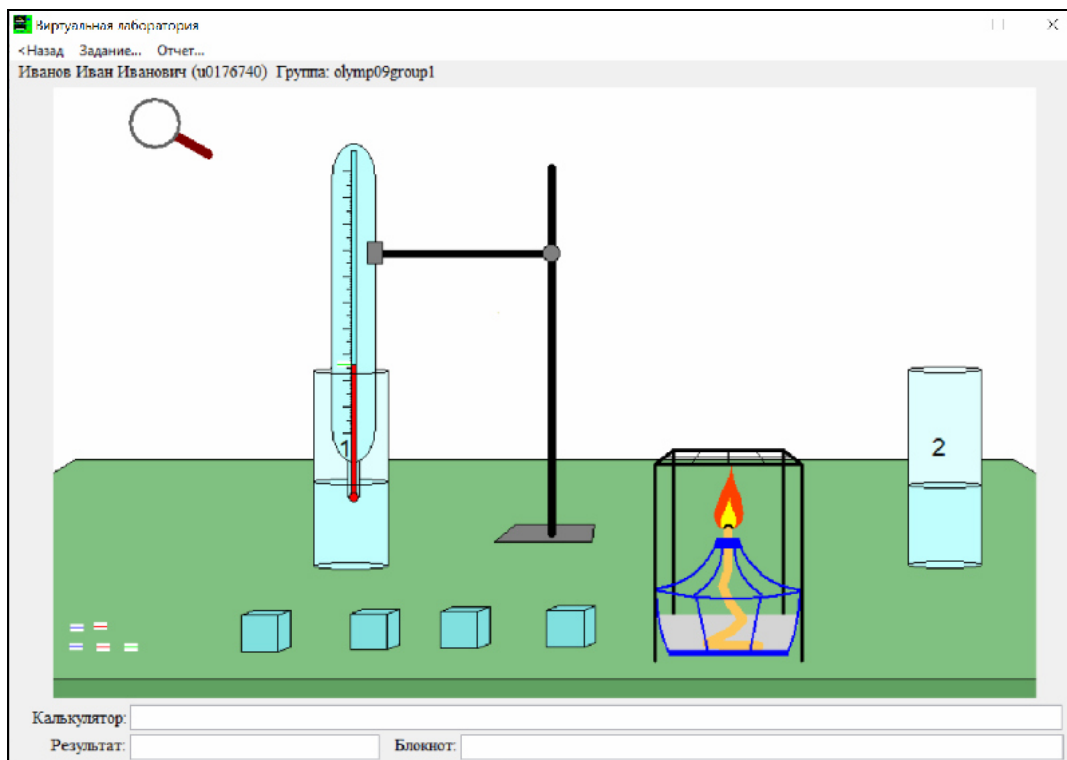
Градусник зажимается лапкой штатива, если поднести его сбоку на небольшую глубину внутрь лапки и отпустить. Проносить градусник или кубики сквозь стекло нельзя.

Увеличительное стекло позволяет просматривать в увеличенном масштабе любой выбранный участок экрана, после чего щелчок мышью в любом месте экрана возвращает

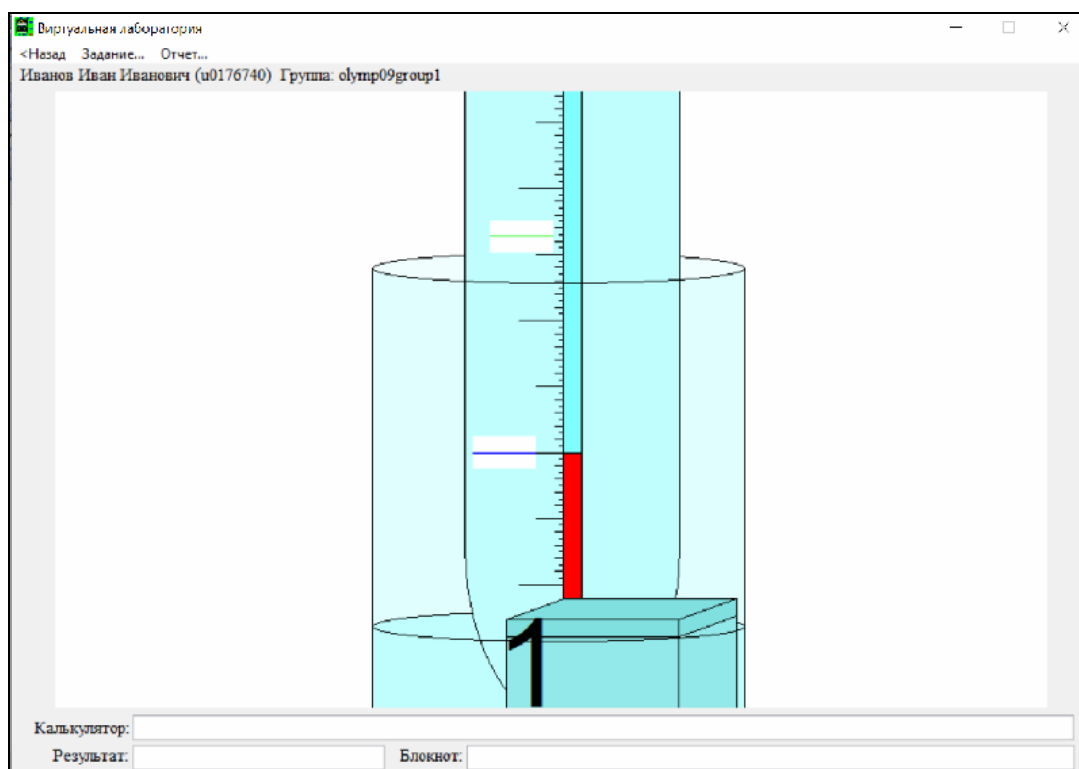
первоначальный масштаб. Задания модели можно переделывать, но за каждую повторную отсылку на сервер назначается до трех штрафных баллов.

**Решение.**

Опустим градусник сверху вниз в стакан (проносить сквозь стекло стакана его нельзя!) и закрепим в лапке штатива. Отметим положение столбика термометра зеленой наклейкой.

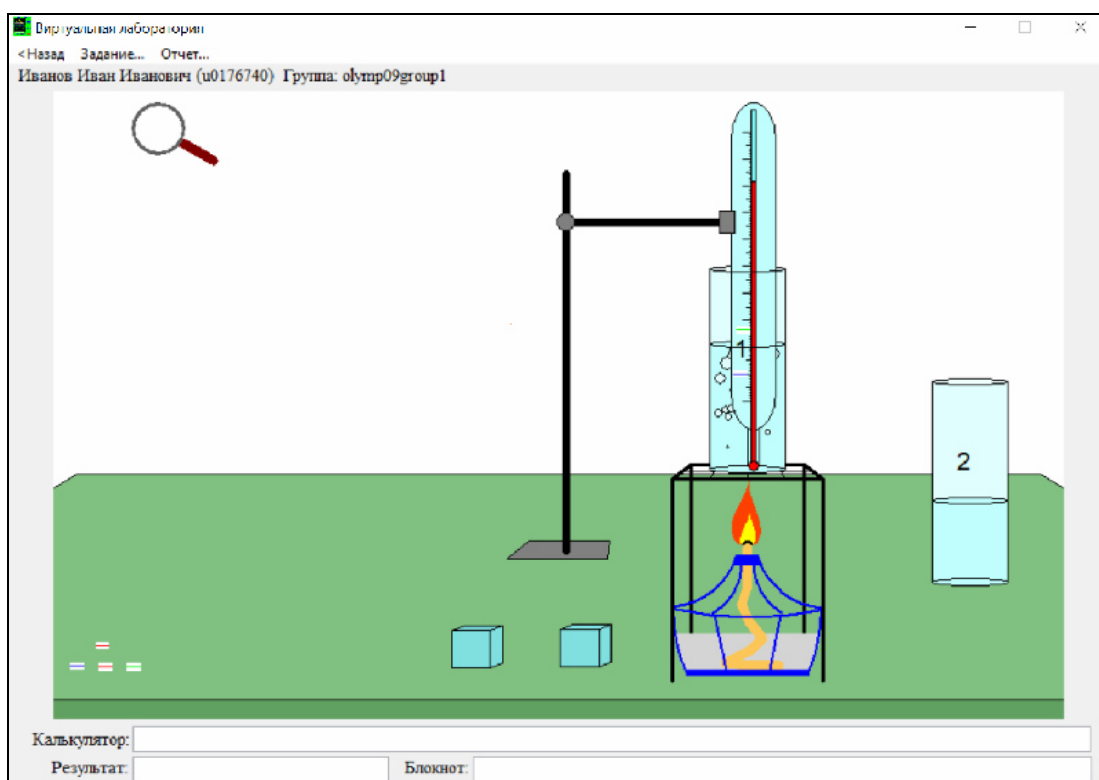


Положим в стакан кубик льда. Он полностью растает. Положим в стакан еще один кубик льда. Он растворится лишь частично. Пометим синей наклейкой положение столбика термометра.



Данное состояние соответствует  $0^{\circ}\text{C}$ .

После чего поставим стакан нагреваться на спиртовке и дождемся кипения воды.



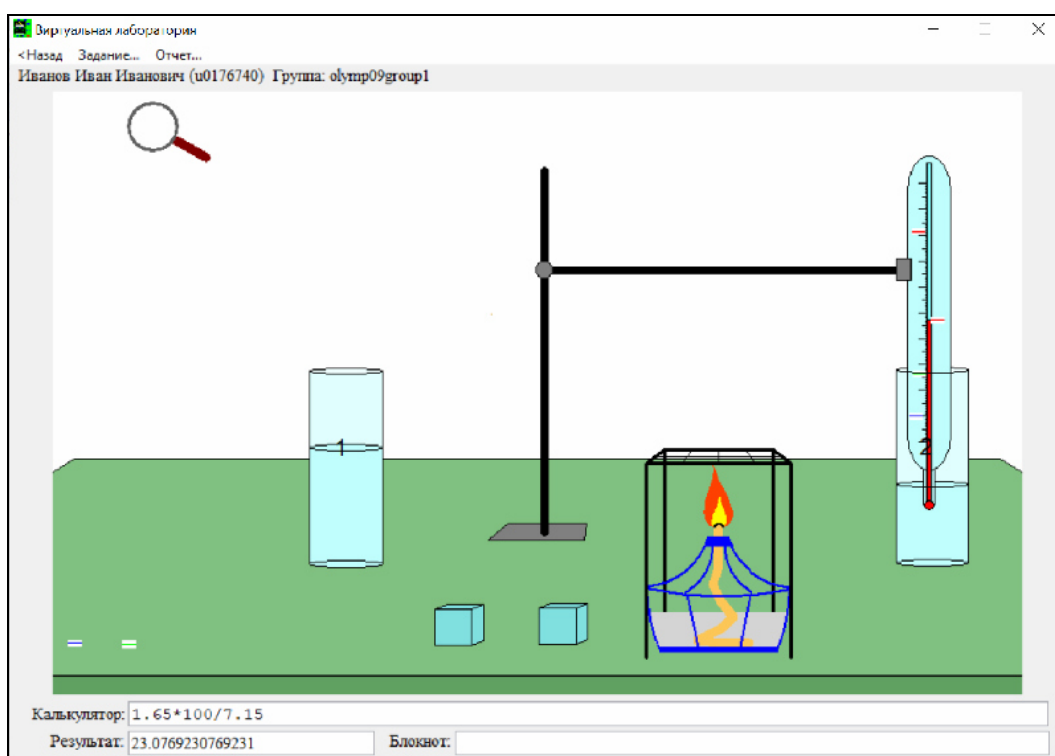
Пометим соответствующее положение столбика термометра красной наклейкой.

Получим 7.15 больших делений шкалы градусника от  $0^{\circ}\text{C}$  до  $100^{\circ}\text{C}$ . То есть

1 большое деление = 10 малых делений = 20 самых маленьких делений =  $100/7.15^{\circ}\text{C}$ .

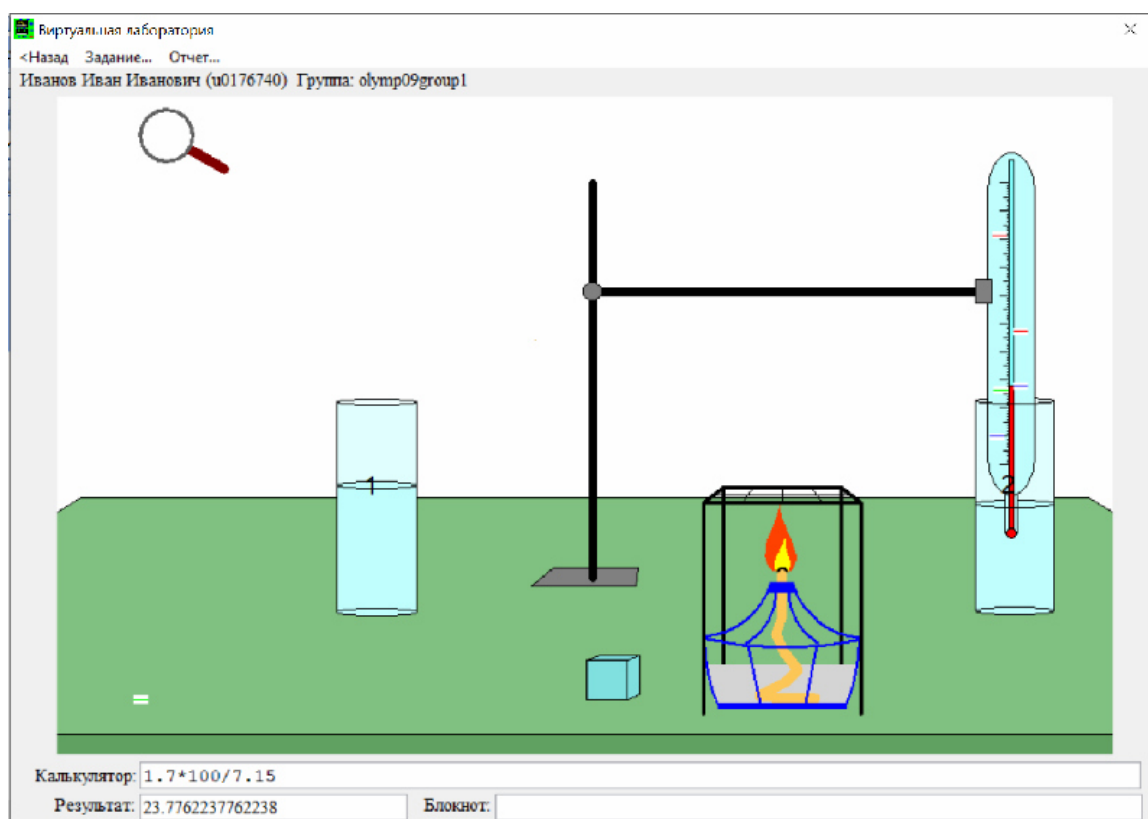
Начальная температура в первом стакане  $t_1 = 1.65$  больших делений =  $23.1^{\circ}\text{C}$ .

Аналогичным образом измеряем начальную температуру во втором стакане:



Пометим положение столбика термометра красной наклейкой с правой стороны от столбика (чтобы не запутаться). Получаем  $t_2 = 3.7$  больших делений =  $51.75^\circ\text{C}$ .

Поместим во второй стакан кубик льда. Пометим положение столбика термометра синей наклейкой с правой стороны от столбика.



При этом температура воды уменьшится от  $t_2=51.75^\circ\text{C}$  до  $t_2' = 1.7$  больших делений =  $23.78^\circ\text{C}$ .

По условию объём воды во втором стакане  $V_2=184\text{ см}^3$ , а плотность воды равна  $1\text{ г/см}^3$ . Следовательно, масса воды во втором стакане  $m_2=184\text{ см}^3 \cdot 1\text{ г/см}^3 = 184\text{ г} = 0.184\text{ кг}$ .

Обозначим массу кубика льда  $m$ , удельная теплоемкость воды  $C_B=4200\text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$ , удельная теплота плавления льда  $\chi=335\text{ кДж/кг}$ . Составим уравнение теплового баланса, учтя, что при плавлении кубик льда превращается в воду массой  $m$  и температурой  $t_0=0^\circ\text{C}$ :

$$C_B m_2 (t_2 - t_2') - \chi m + C_B m (t_0 - t_2') = 0.$$

Из него, с учетом того, что  $t_0=0^\circ\text{C}$ , получаем

$$m = C_B m_2 (t_2 - t_2') / (\chi + C_B t_2').$$

Либо, что эквивалентно,

$$m = m_2 (t_2 - t_2') / (\chi / C_B + t_2').$$

Поэтому  $m = 0.184 \cdot (51.75 - 23.78) / (335000 / 4200 + 23.78)\text{ кг} = 49.7\text{ г}$ .

**Замечание:** точности при использовании одного кубика льда может оказаться недостаточно. Поэтому для охлаждения жидкости №2 лучше использовать два кубика льда.

Виртуальная лаборатория

<Назад Задание... Отчет...

Иванов Иван Иванович (u0176740) Группа: olymp09group1

Отчет

Название	Ответ	Результат	Баллы
Температура воды в первом стакане (°C)	23.1	Правильно	5
Температура воды во втором стакане (°C)	51.75	Правильно	5
Масса кубика льда (г)	49.7	Правильно	5
За текущую попытку :			15
Штрафных баллов :			0
Итого за задание :			15 (из 15)

Сообщение с веб-страницы

Молодец, Иван, правильно!

ОК

Очистить

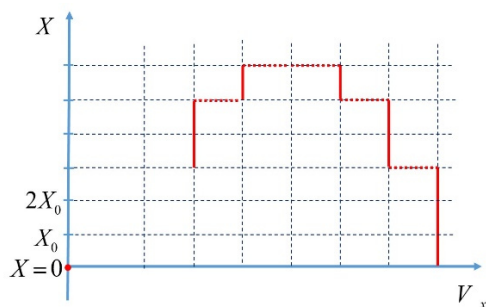
Закреть

Калькулятор:  $4200 * 0.184 * (51.75 - 23.78) / (335000 + 4200 * 23.78)$

Результат: 0.049704320311997

Блокнот:

## 2. Тур 1. 7-8 классы. Олимпиада, задача: График с неподписанной осью (25 баллов)

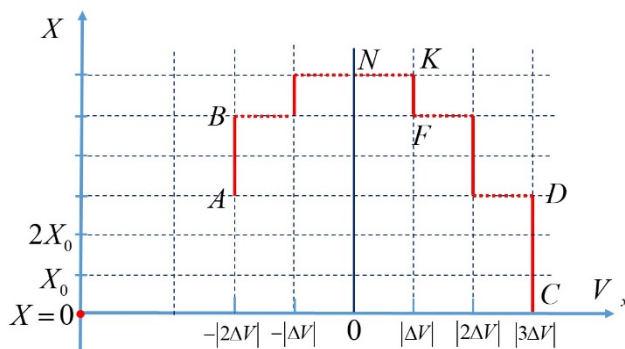


В момент начала отсчёта времени материальная точка начинает движение вдоль оси  $Ox$  из начала координат  $x=0$  с некоторой начальной скоростью, причём через каждые  $\Delta t = 2$  с считая от начала движения проекция её скорости на ось  $Ox$  изменяется на величину  $\Delta V$ . На рисунке показан весь график зависимости координаты точки от проекции её скорости. Масштаб графика линейный, но подписи по оси скоростей отсутствуют. Значение  $X_0 = 2.6$  м. Определите:

1. Максимальное значение  $V_{\max}$  скорости точки.
2. Максимальное расстояние  $X_{\max}$ , на которое точка удалялась от начала координат.
3. Проекцию  $S_x$  на ось  $Ox$  суммарного перемещения точки за последние два интервала  $\Delta t$ .
4. Путь  $L$ , который прошла точка за всё время движения.
5. Среднюю путевую скорость  $V_{\text{ср}}$  (отношение пути к времени движения) точки за всё время движения.

Ответы вводите с точностью не хуже, чем до одного процента.

**Решение.**



1. Самое сложное в задаче – понять, из какого места на графике начато движение. Хотя в условии и сказано, что движение начинается из начала координат  $x=0$ , но многие ошибочно считают, что из точки А. Правильно, конечно, что началу отсчёта времени соответствует точка С, проекция

скорости точки убывает во времени, уменьшаясь на  $\Delta V$  через каждые  $\Delta t$  секунд. На графике движение происходит от точки С к точке А.

Вторая сложность – понять, где находится ноль на оси скорости. Обратим внимание, что на графике есть точка N, когда после изменения скорости не происходило изменения координаты. Следовательно, эта точка соответствует нулевому значению проекции скорости.

К этому выводу можно прийти и другим способом – составив последовательность изменения координаты  $X$  за промежутки  $\Delta t$  (уменьшение  $V$  на шаг  $\Delta V$  влево) начиная с точки С:  $3X_0, 2X_0, 1X_0, -1X_0, -2X_0$ .

Обратим внимание, что при движении со скоростью  $\Delta V$  (участок FK) координата изменяется на  $X_0$  за интервал времени  $\Delta t$ . Максимальное значение скорости точки

$$V_{\max} = 3V_0 = 3X_0 / \Delta t = 3 \cdot 2.6 / 2 \text{ м/с} = 3.9 \text{ м/с} .$$

2. Максимальное расстояние, на которое точка удалялась от начала координат

$$X_{\max} = 6X_0 = 6 \cdot 2.6 \text{ м} = 15.6 \text{ м} .$$

3. За последние два интервала времени  $\Delta t$  координата точки уменьшилась на  $3X_0$ .

Проекция перемещения точки на ось  $Ox$

$$S_x = -3X_0 = -7.8 \text{ м} .$$

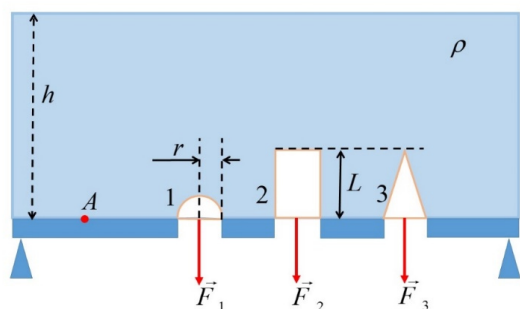
4. Путь, пройденный точкой за всё время движения

$$L = 9X_0 = 23.4 \text{ м} .$$

5. Полное время движения  $t = 6\Delta t = 12 \text{ с}$ . Средняя путевая скорость

$$V_{\text{ср}} = L/t = 23.4/12 \text{ м/с} = 1.95 \text{ м/с} .$$

### 3. Тур 1. 7-8 классы. Олимпиада, задача: Сосуд с отверстиями (20 баллов)



Цилиндрический сосуд заполнен жидкостью плотностью  $\rho = 1.1 \text{ г/см}^3$  до высоты  $h = 46 \text{ см}$ . Сосуд опирается на подставки, в свободной от опоры части дна проделаны три круглых отверстия, радиусом  $r = 3.9 \text{ см}$ . Для того чтобы жидкость не вытекала, отверстия закрыты лёгкими

колпачками, радиус основания которых практически совпадает с  $r$ . Первый колпачок – полусфера, второй - цилиндр, высотой  $L=19.8$  см, третий - конус тоже высотой  $L$ . Массой колпачков и толщиной их стенок можно пренебречь. Атмосферное давление  $p_a=101.6$  кПа. Определите:

1. Силу  $F_1$  давления первого колпачка на дно сосуда .
2. Силу  $F_2$  давления второго колпачка на дно сосуда.
3. Силу  $F_3$  давления третьего колпачка на дно сосуда.
4. Давление  $p$  в точке  $A$  на дне сосуда.

В ответ силы вводите с точностью не хуже, чем до десятой процента, давление - с точностью до одного паскаля. Число  $\pi=3.1416$ . Ускорение свободного падения примите равным  $9.8$  м/с<sup>2</sup>. Объем сферы радиусом  $R$  равен  $4/3\pi R^3$ , объем конуса с радиусом основания  $R$  и высотой  $H$  равен  $\pi R^2 H/3$ .

**Решение.**

Воспользуемся третьим законом Ньютона: для того, чтобы определить силу, действующую со стороны колпачков на опору, будем искать силу реакции опоры, действующую на колпачки. Колпачки неподвижны. Сумма сил, действующих на колпачок равна нулю. Следовательно, сила, с которой дно (опора) действует на колпачок, компенсирует разницу сил давления жидкости и воздуха сверху и воздуха снизу. Поскольку атмосферное давление действует и на верхнюю, и на нижнюю поверхности колпачка, нам необходимо вычислить только силу давления со стороны столбика жидкости, находящейся над колпачком.

Проще всего вычислить силу, действующую на колпачок 2. Площадь поперечного сечения столба  $S=\pi r^2$ , а его высота  $h-L$ . Поэтому его объем  $V = \pi r^2(h-L)$ , а масса  $m = \rho V$ . Следовательно,

$$F_2 = mg = \rho \pi r^2(h-L)g = 13.5 \text{ Н.}$$

2. Для того, чтобы обобщить решение для случаев 1 и 3 заметим, что  $V=V_0 -V_2$ , где  $V_0=\pi r^2 h$  объем столба радиусом  $r$  от дна сосуда до высоты  $h$ , а  $V_2$  – объем колпачка 2. В общем случае получается аналогично: сила, действующая со стороны колпачка на дно сосуда,  $F=mg=\rho Vg$ , где  $m$  – масса столба жидкости над колпачком, а  $V$  – ее объем. Но  $V$  равен разности  $V_0$  и объема жидкости  $V_n$ , вытесненной колпачком с номером  $n$ . Поэтому получаем формулу

$$F = \rho (\pi r^2 h - V_n) g$$

Первый колпачок является полусферой объемом  $V_1=4/3\pi r^3/2=2/3\pi r^3$ , поэтому

$$F_1 = \rho (\pi r^2 h - 2/3\pi r^3) g = 22.3 \text{ Н.}$$

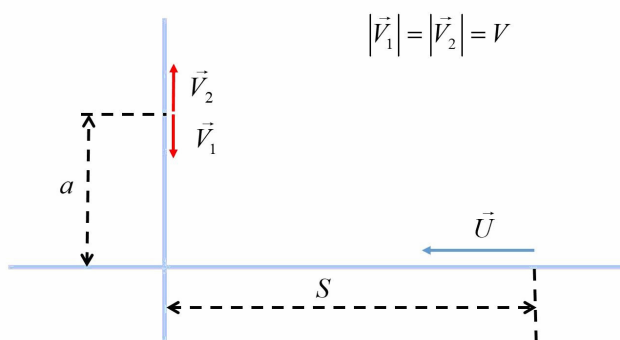
3. Третий колпачок – конус объемом  $V_3=\pi r^2 L/3$ , поэтому

$$F_3 = \rho (\pi r^2 h - \pi r^2 L/3) g = 20.3 \text{ Н.}$$

4. Давление в точке  $A$  равно сумме давления жидкости и атмосферного давления:

$$p = \rho gh + p_a = 106558.8 \text{ Па .}$$

**4. Тур 1. 10-11 классы. Олимпиада, задача: Автомобиль и велосипедисты (20 баллов)**



Две дороги пересекаются под прямым углом. Автомобиль, находящийся на расстоянии  $S = 739$  м от перекрёстка начинает двигаться к нему со скоростью  $U = 21$  м/с. Одновременно из точки, находящейся на расстоянии  $a$  от перекрёстка на другой дороге выезжают два велосипедиста. Первый - движется со скоростью  $V = 14$  м/с к

перекрёстку, второй - с такой же по величине скоростью – в противоположном направлении. На минимальном расстоянии от второго велосипедиста автомобиль оказался на  $\Delta t = 17.3$  с раньше, чем от первого. При этом автомобиль проезжает перекресток раньше велосипедиста.

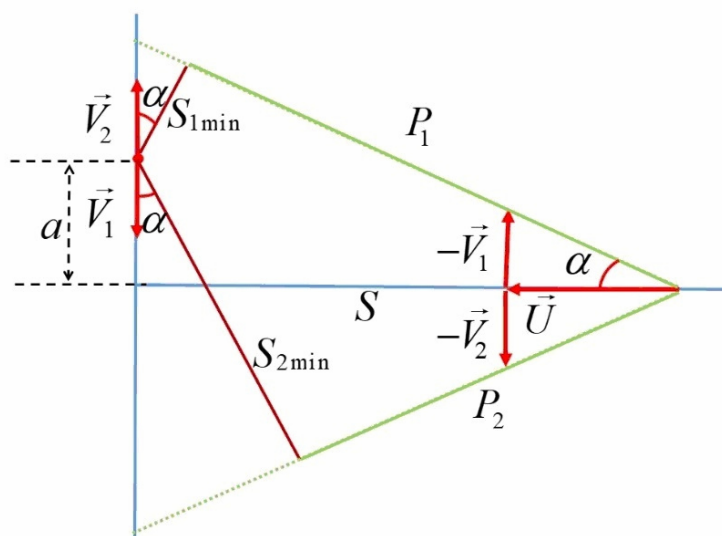
Определите:

1. На каком расстоянии ( $X$ ) находились велосипедисты и автомобиль в момент старта.
2. Минимальное расстояние между автомобилем и первым велосипедистом ( $S_1$ ).
3. Путь ( $L_2$ ), который успел проехать второй велосипедист к моменту, когда расстояние между ним и автомобилем стало минимальным.
4. Минимальное расстояние между автомобилем и вторым велосипедистом ( $S_2$ ).

Ответы вводите с точностью не хуже, чем до одного процента.

**Решение 1 (без использования производной).**

1. На рисунке зелёным цветом показаны траектории автомобиля в системах отсчёта, связанных с первым и со вторым велосипедистами.



При этом

$$\operatorname{tg} \alpha = V/U,$$

откуда

$$\sin \alpha = \frac{V}{\sqrt{U^2 + V^2}},$$

$$\cos \alpha = \frac{U}{\sqrt{U^2 + V^2}}.$$

Кратчайшие расстояния могут быть определены как длины перпендикуляров, опущенных на эти линии из точки старта

$$S_1 = (S \operatorname{tg} \alpha - a) \cos \alpha,$$

$$S_2 = (S \operatorname{tg} \alpha + a) \cos \alpha.$$

Путь, пройденный автомобилем в системе отсчёта, связанной с первым велосипедистом к моменту, когда он оказался на минимальном расстоянии от первого велосипедиста

$$P_1 = S / \cos \alpha - (S \operatorname{tg} \alpha - a) \sin \alpha.$$

Момент времени, когда это произошло

$$t_1 = \frac{P_1}{\sqrt{U^2 + V^2}}.$$

Аналогичные уравнения для второго велосипедиста:

$$P_2 = S / \cos \alpha - (S \operatorname{tg} \alpha + a) \sin \alpha,$$

$$t_2 = \frac{P_2}{\sqrt{U^2 + V^2}}.$$

Из формул для  $t_1$  и  $t_2$  следует

$$t_1 - t_2 = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{U^2 + V^2}} = \frac{2a \sin \alpha}{\sqrt{U^2 + V^2}} = \frac{2a V}{U^2 + V^2}.$$

Отсюда

$$a = \frac{(t_1 - t_2)(U^2 + V^2)}{2V} = 393.6 \text{ м}.$$

Зная  $a$ , находим  $X$ :

$$X = \sqrt{a^2 + S^2} = 837 \text{ м}.$$

2. Кроме того, зная  $a$ , получаем из формул для  $S_1$  и  $S_2$

$$S_1 = (S \operatorname{tg} \alpha - a) \cos \alpha = 82.4 \text{ м},$$

$$S_2 = (S \operatorname{tg} \alpha + a) \cos \alpha = 737 \text{ м}.$$

3. Путь, который проехал второй велосипедист до того, как оказался на минимальном расстоянии от автомобиля,

$$L_2 = V t_2 = 220 \text{ м}.$$

### ***Решение 2 (с использованием производной).***

Решение при использовании производной более простое и не требует переходить в другие системы отсчета. Квадрат расстояния  $S_1$  между первым велосипедистом и автомобилем в зависимости от времени движения  $t$  может быть найден по теореме Пифагора

$$(S_1)^2 = (a-Vt)^2 + (S-Ut)^2.$$

Когда расстояние минимальна, производная должна быть равна нулю. Также минимум может находиться на границе промежутка (в начальной точке  $t = 0$  или при  $t \rightarrow \infty$ ), но в данном случае это не происходит. Поэтому минимум достигается при условии

$$2(a-Vt_1)(-V) + 2(S-Ut_1)(-U) = 0,$$

то есть

$$aV - V^2 t_1 + SU - U^2 t_1 = 0.$$

Решением является  $t_1 = (SU + aV) / (V^2 + U^2).$

Для второго велосипедиста  $(S_2)^2 = (a + Vt)^2 + (S - Ut)^2.$

Поэтому минимум достигается при условии

$$2(a + Vt_2)V + 2(S - Ut_2)(-U) = 0,$$

Решением является  $t_2 = (SU - aV) / (V^2 + U^2).$

Из выражений для  $t_1$  и  $t_2$  находим

$$\Delta t = t_1 - t_2 = (SU + aV) / (V^2 + U^2) - (SU - aV) / (V^2 + U^2) = 2aV / (V^2 + U^2).$$

Отсюда  $a = \frac{(t_1 - t_2)(U^2 + V^2)}{2V}.$

Зная  $a$ , находим  $X$ ,  $S_1$  и  $S_2$ :  $X = \sqrt{a^2 + S^2},$

$$S_1 = \sqrt{(a - Vt)^2 + (S - Ut)^2},$$

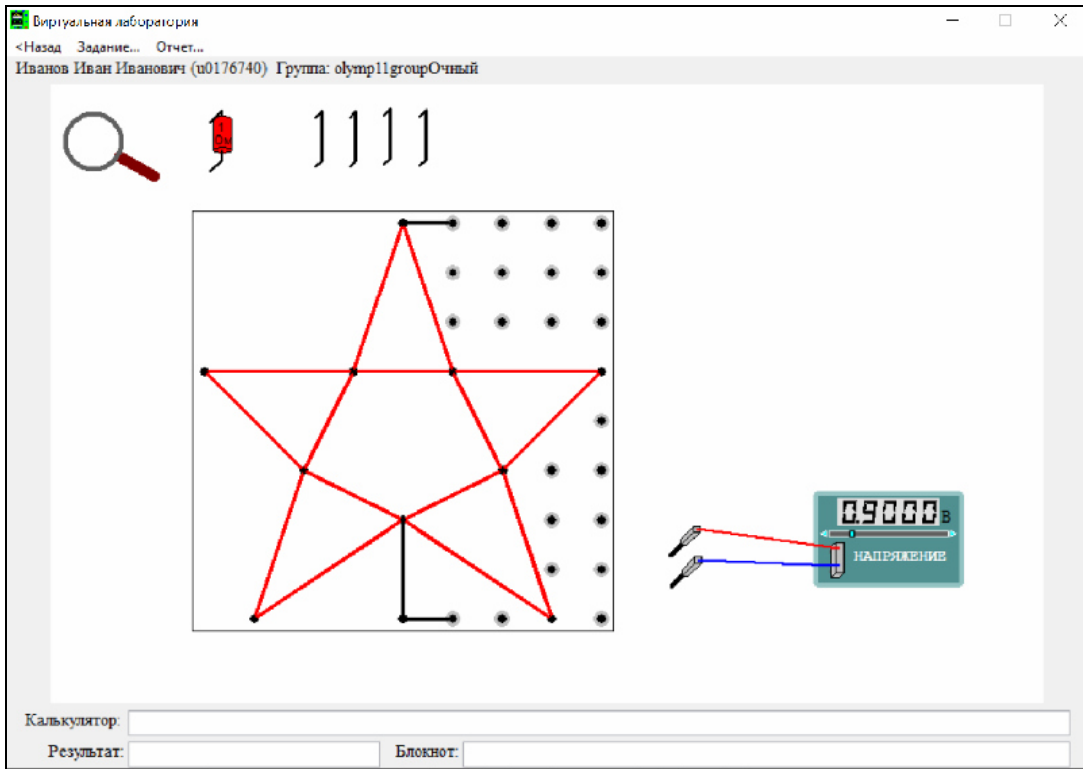
$$S_2 = \sqrt{(a + Vt)^2 + (S - Ut)^2}.$$

### 5. Заключительный тур. 11 класс. Олимпиада, модель: Электрическая звезда (30 баллов)

Имеется резистор 1 Ом, панель с гнездами, расположенными на равномерной сетке, источник регулируемого напряжения и провода. Из проводов красного цвета спаяли звезду, впаяв точки соединения в гнезда панели. Индикатор источника напряжения показывает напряжение на его выходных клеммах. Провода одного цвета имеют одинаковое сопротивление на единицу длины. Определите с максимальной возможной точностью:

1. Внутреннее сопротивление  $r$  источника напряжения.
2. Сопротивление  $R$  звезды.
3. Максимальный ток  $I_{max}$  через один провод звезды, который можно получить в данной системе.
4. Максимальный КПД  $K$  (в процентах), который можно получить в имеющейся системе, если только внутреннее сопротивление источника снижает полезную нагрузку.
5. Минимальный ненулевой ток  $I_{min}$  через один провод звезды при подсоединении звезды (без использования резистора) к источнику напряжения с максимальным выставленным напряжением.

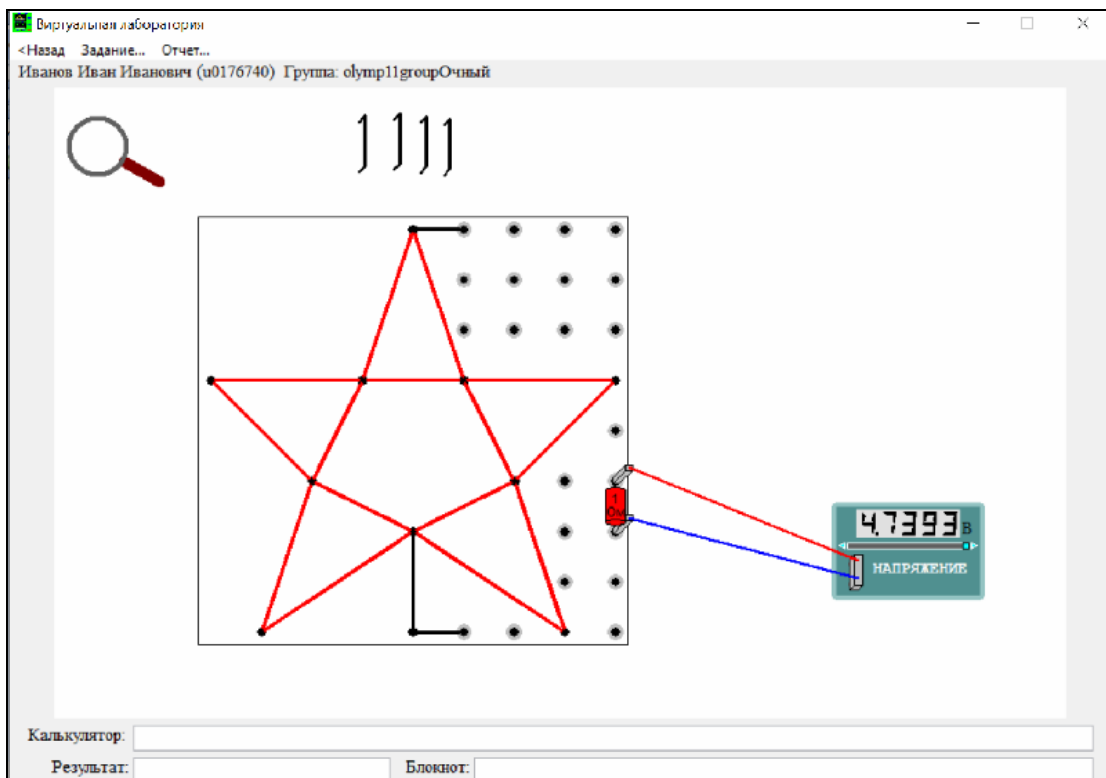
6. Сопротивление  $R_1$  красного провода длиной в одну ячейку сетки панели.



**Решение.**

1. Сначала выясним внутреннее сопротивление источника напряжения. Для повышения точности измерений передвинем движок источника напряжения вправо для достижения наибольшего напряжения. Оно оказывается равным  $E=5.0000$  В.

Подсоединим источник напряжения к имеющемуся резистору  $R_0$  номиналом 1 Ом.



Получаем на выходе источника напряжение  $V_1=4.7393$  В.

Ток через такую цепь  $I_1=E/(r+R_0)$ ,

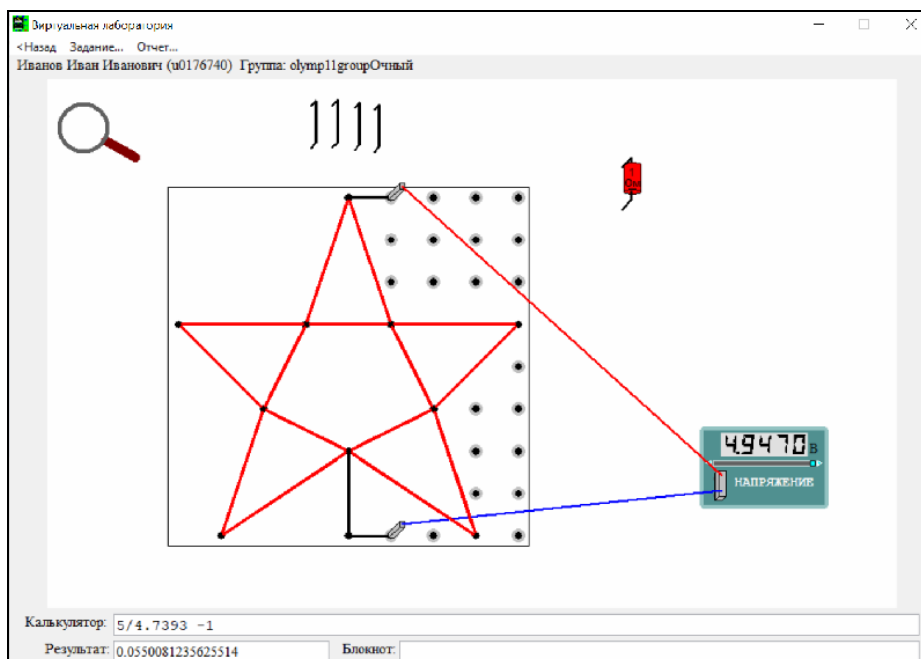
поэтому

$$V_1 = I_1 R_0 = ER_0 / (r + R_0) = E / (r/R_0 + 1).$$

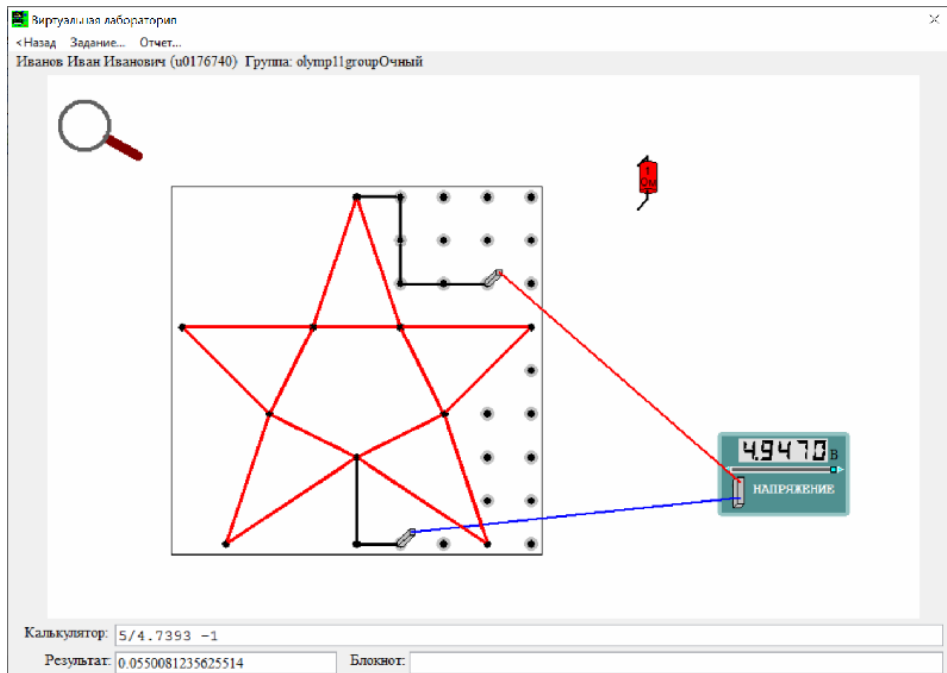
Следовательно,

$$r = R_0(E/V_1 - 1) = 1 * (5/4.7393 - 1) \text{ Ом} = 0.05501 \text{ Ом}.$$

2. Для нахождения сопротивления звезды подсоединим ее к источнику напряжения.



Но перед нахождением сопротивления звезды необходимо проверить, влияет ли на результат сопротивление черных проводов. У нас как раз имеется четыре черных провода. Добавим их последовательно к имеющимся черным проводам, подсоединенным к звезде, и проверим результат.



Напряжение  $V_2=4.9470$  В на выходе источника при этом не изменилось. Следовательно, влиянием сопротивления соединительных проводов можно пренебречь.

Ток через такую цепь  $I_2=E/(r+R)$ , поэтому

$$V_2=I_2R= ER/(r+R)= E/(r/R+1).$$

Следовательно,

$$R = r/(E/V_2-1) = 0.05501/(5/4.9470-1) \text{ Ом} = 5.1346 \text{ Ом}.$$

3. Максимальный ток через звезду, который можно получить в данной системе, будет наблюдаться при используемой схеме подключения и поэтому равен  $I_2$ . Этот ток разделяется через два провода в вершине звезды на две равные части, через левую и через правую половины звезды. Поэтому

$$I_{max}=I_2/2= E/(r+R)/2=0.4817 \text{ А}.$$

4. КПД схемы равен отношению полезной рассеиваемой мощности к полной рассеиваемой мощности. Если в качестве нагрузки подсоединено сопротивление  $R_3$ , ток через такую цепь  $I_3=E/(r+R_3)$ , а напряжение на выходе источника

$$V_3=E/(r/R_3+1) = ER_3/(R_3+r).$$

При этом полезная мощность  $W_3=(I_3)^2 R_3$ , а полная мощность  $W = (I_3)^2 (R_3+r)$ . Поэтому

$$\text{КПД} = W_3/W = R_3/(R_3+r) = V_3/E.$$

Проверим, какое соединение дает наибольшее значение КПД. При отсутствии полезной нагрузки полезная нагрузка отсутствует, поэтому КПД не может быть равным 100%.

При соединении звезды последовательно с резистором 1 Ом напряжение на выходе источника  $V_4=4.9555$  В. При соединении звезды параллельно с резистором 1 Ом напряжение на выходе источника  $V_5=4.6917$  В.

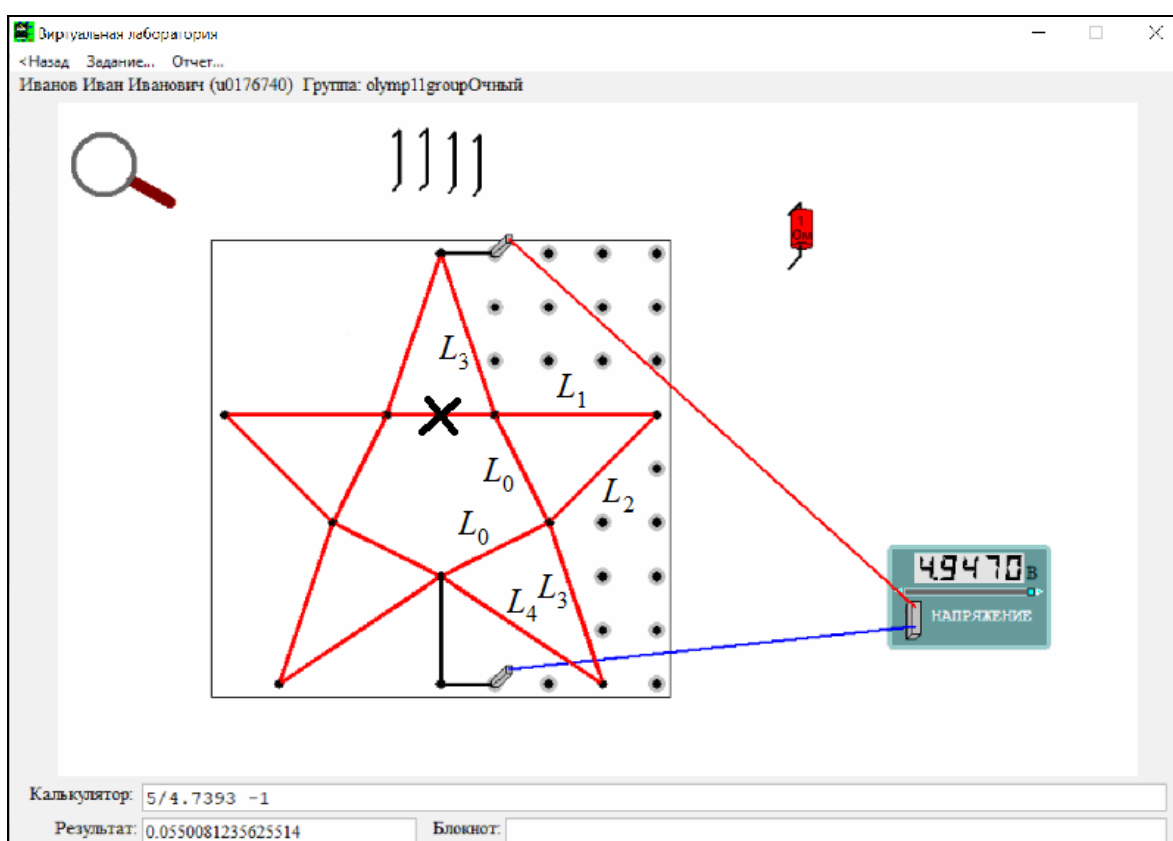
Так как  $V_4 > V_2$  и  $V_4 > V_5$ , максимальный КПД достигается при соединении звезды последовательно с резистором 1 Ом, и значение в процентах

$$K = 100\% V_4/E = 100\% * 4.9555/5 = 99.11\%.$$

5. Звезда симметрична, поэтому через горизонтальный провод в середине звезды ток не идет. Будем рассматривать протекание тока через правую половину звезды. Он равен  $I_{max} = I_2/2$ .

Ток  $I_{max}$  проходит сначала через верхнее правое ребро звезды, затем через подключенные параллельно проводники с длинами  $L_0$  и  $L_1+L_2$  (см. рисунок ниже), а затем через подключенные параллельно проводники с длинами  $L_0$  и  $L_3+L_4$ .

Все внутренние проводники в звезде имеют одинаковую длину  $L_0 = \sqrt{1^2 + 2^2} L = \sqrt{5} L = 2.2361L$ , где  $L$  – расстояние между соседними гнездами наборной панели, так как они соответствуют диагоналям прямоугольных треугольников с катетами  $L$  и  $2L$ . Поэтому минимальный ненулевой ток  $I_{min}$  будет протекать через участок с наибольшим сопротивлением, то есть через соединение двух красных проводников с наибольшей длиной – либо через среднюю вершину звезды, для которой длина проводов  $L_1+L_2$ , либо через нижнюю вершину звезды, для которой длина проводов  $L_3+L_4$ .



Поскольку  $L_1 = 3L$ ,  $L_2 = \sqrt{2^2 + 2^2} L = \sqrt{8} L$ ,  $L_3 = \sqrt{1^2 + 3^2} L = \sqrt{10} L$ ,  $L_4 = \sqrt{2^2 + 3^2} L = \sqrt{13} L$ , получаем, что  $L_1 + L_2 = (3 + \sqrt{8}) L = 5.8284 L$ , и  $L_3 + L_4 = \sqrt{10} L + \sqrt{13} L = 6.7678 L$ .

Следовательно, нам необходимо выбрать вариант с наибольшей длиной  $L_3 + L_4 = 6.7678 L$ .

Таким образом, ток  $I_{max}$  проходит сначала через верхнее правое ребро звезды, а затем через подключенные параллельно красные проводники с длинами  $L_0 = 2.2361L$  и  $L_3+L_4 = 6.7678 L$ .

Красный проводник длиной  $L$  по условию имеет сопротивление  $R_1$ . Поэтому проводники с длинами  $L_3$ ,  $L_0$ ,  $L_1+L_2$  и  $L_3+L_4$  будут иметь сопротивления  $r_3 = 3.1622 R_1$ ,  $r_0 = 2.2361 R_1$ ,  $r_{12} = 5.8284 R_1$  и  $r_{34} = 6.7678 R_1$ .

Параллельно включенные резисторы  $r_0$  и  $r_{34}$  имеют сопротивление

$$r_{034} = r_0 r_{34} / (r_0 + r_{34}) = 1.68077 R_1,$$

через которое протекает ток  $I_{max}$ . Напряжение на данном участке цепи будет равно

$$V_{012} = I_{max} r_{034} = I_{max} r_0 r_{34} / (r_0 + r_{34}).$$

Поэтому

$$I_{min} = V_{012} / r_{34} = I_{max} r_0 / (r_0 + r_{34}) = I_{max} / (1 + r_{34} / r_0) = 0.4817 / (1 + 6.7678 / 2.236) \text{ A} = 0.1196 \text{ A}.$$

6. Аналогичным образом находим, что

$$r_{012} = r_0 r_{12} / (r_0 + r_{12}) = 1.61608 R_1.$$

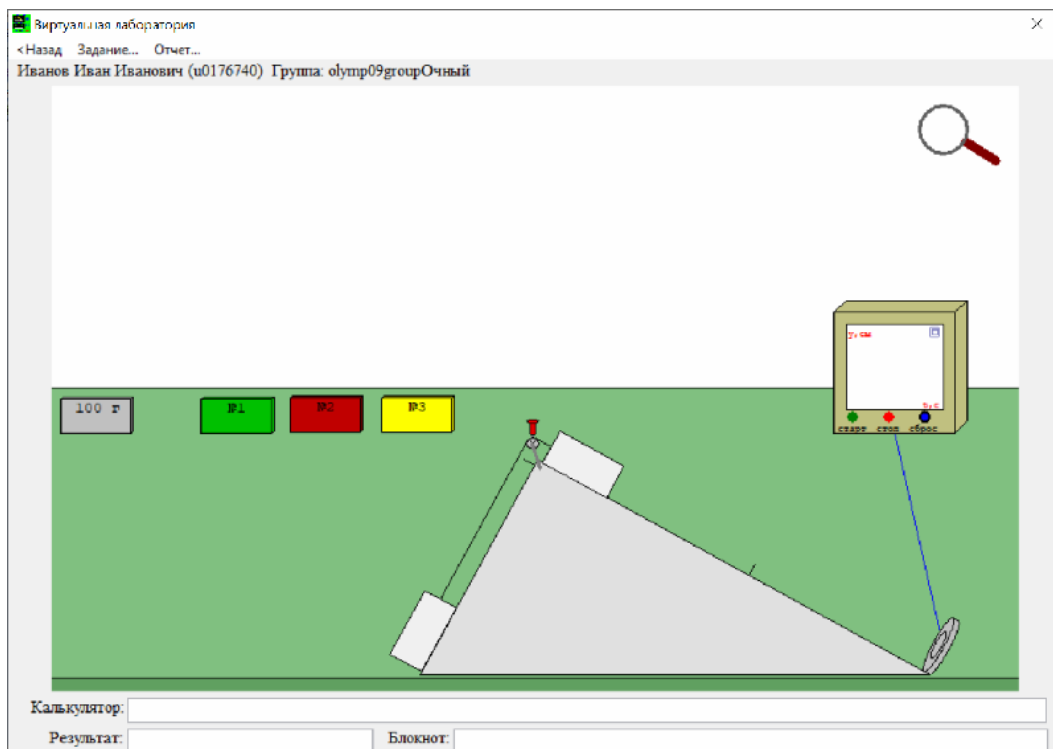
Сопротивление половины звезды в два раза больше, чем измеренное ранее сопротивление  $R$  всей звезды. Поэтому

$$2R = r_3 + r_{012} + r_{034} = 3.1622 R_1 + 1.61608 R_1 + 1.68077 R_1 = 6.459 R_1.$$

В итоге находим

$$R_1 = 2R / 6.459 = 2 * 5.1346 / 6.459 \text{ Ом} = 1.590 \text{ Ом}.$$

### Заключительный тур. 9 класс. Олимпиада , модель: Эксперименты с горкой (30 баллов)



Имеется горка с прямым углом в вершине. По ней при отключенном стопоре могут двигаться без трения два одинаковых ящика, массой которых можно пренебречь. В эти ящики можно складывать тела (в виде пластин). Масса пластин известной массы указана в граммах. Найдите :

- максимальное расстояние  $L$ , которое при движении может пройти ящик - с точностью до 0.1 мм,
- максимальную скорость  $V_{max}$ , которую при движении может развить правый ящик, если в него положить тело №1, а левый ящик пустой - с точностью до 0.005 м/с.
- В ящик на левой части горки положили тело №1, в ящик на правой - грузы, перевесившие его, дождались окончания движения и измерили силу  $F_1$  натяжения нити. Затем в ящик на правой части горки положили тело №1, в ящик на левой - грузы, перевесившие его, дождались окончания движения и измерили силу  $F_2$  натяжения нити. Найдите отношение  $F_1/F_2$  сил натяжения нити - с точностью до сотых. Найдите:

- массу  $m_1$  тела №1 - с точностью до 1 г,
- массу  $m_2$  тела №2 - с точностью до 1 г,
- максимальное количество тепла  $Q_3$ , которое может выделиться телом №3 в результате окончания его движения в одном из ящиков - с точностью до 10 мДж.

Ускорение свободного падения считайте равным  $g=9.8 \text{ м/с}^2$ .

Эхолот подключен к прибору, который может показывать график движения правого ящика. Наведение увеличительного стекла на область графика либо щелчок мышью по символу в правом верхнем углу прибора показывает график в увеличенном масштабе.

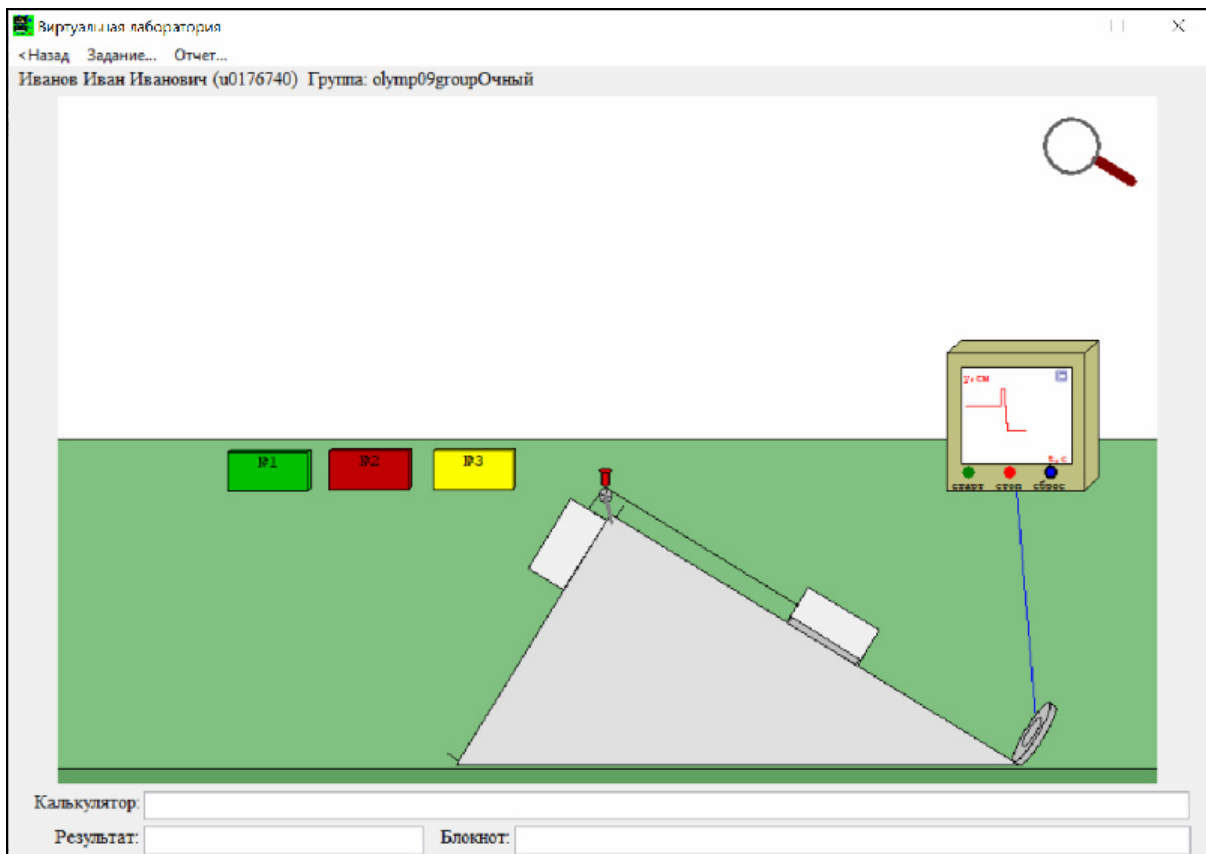
Выделение мышью области графика (нажать кнопку мыши и вести вправо вниз, а затем отпустить кнопку)- позволяет увеличивать изображение выбранной области графика. При необходимости можно опять выбрать нужный участок графика для показа во всём окне, и так далее.

Движение в обратном направлении (справа налево снизу вверх) в любой части того же окна либо вызов правой кнопкой мыши всплывающего меню и выбор пункта "Восстановить масштаб" восстанавливает первоначальный масштаб графика.

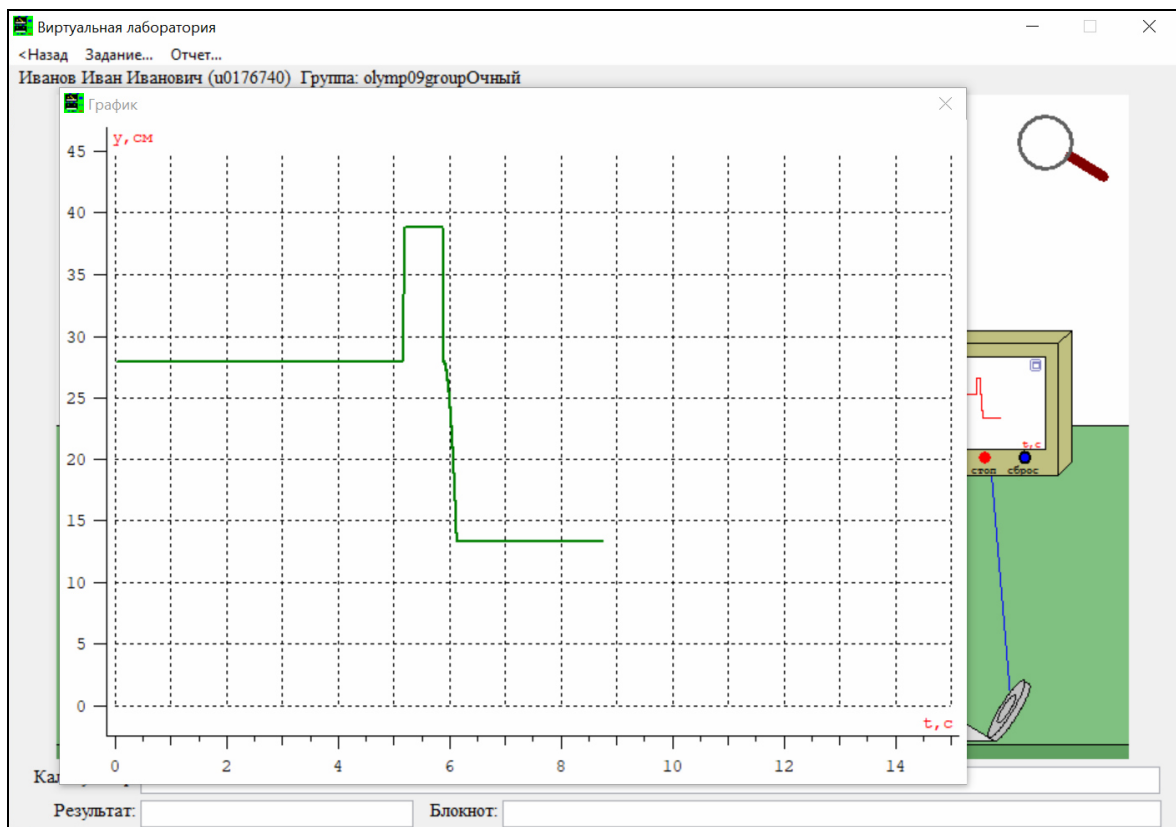
### ***Решение.***

1. Нажимаем на приборе эхолота кнопку "Старт". Эхолот регистрирует начальное положение правого ящика – в крайнем левом положении.

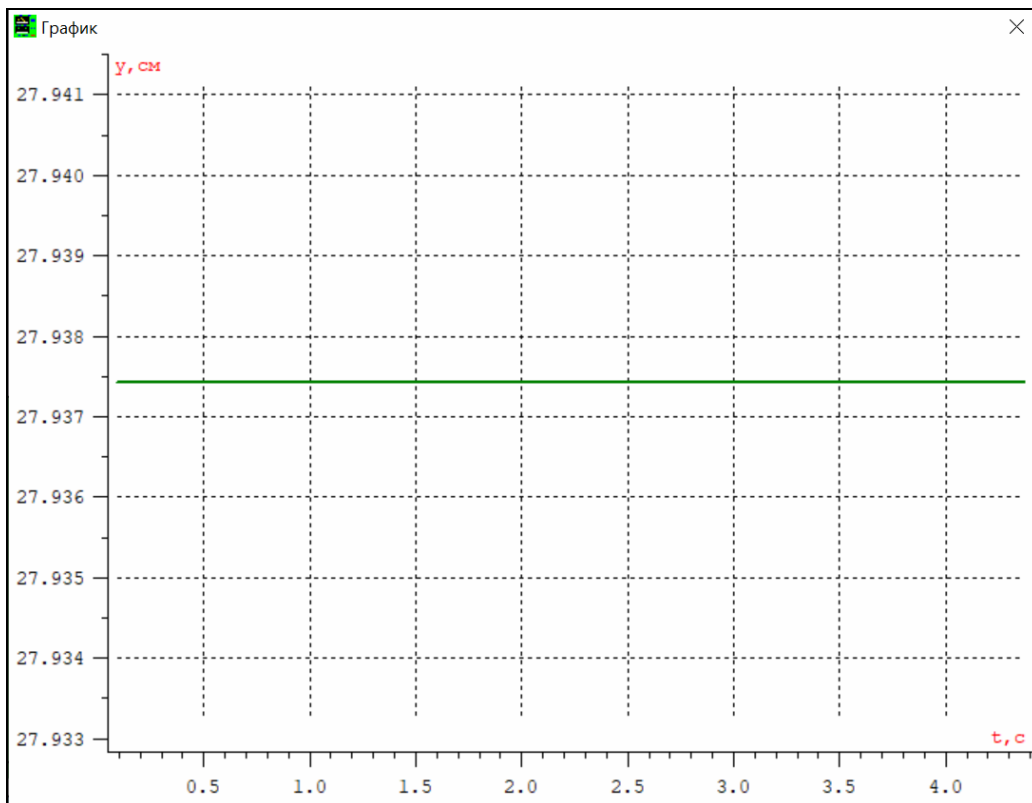
Кладем в правый ящик груз (например, груз массой  $m=100 \text{ г}$ . Ящик перемещается в крайнее правое положение, и на эхолоте оно регистрируется.



Наводим на экран прибора эхолота увеличительное стекло либо щелкаем курсором мыши по значку в правом верхнем углу прибора эхолота и видим увеличенное изображение этого экрана.

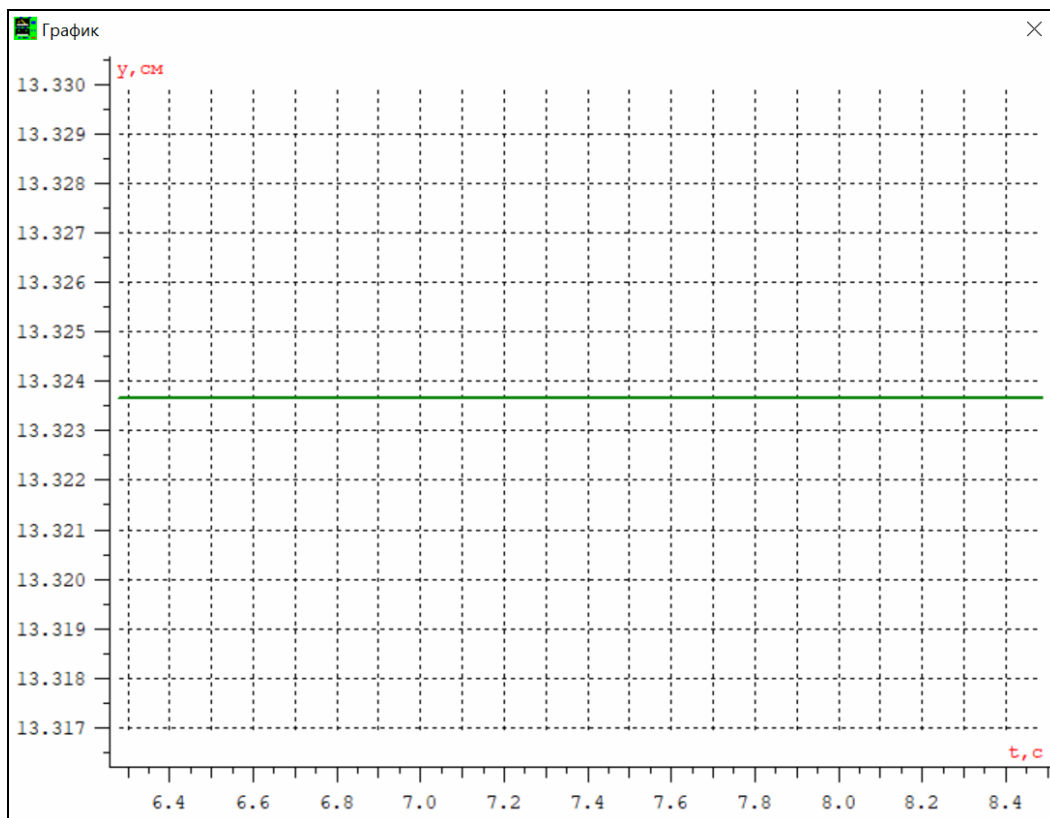


Увеличим несколько раз начальный горизонтальный участок, выделив его мышью.



Считаем начальное значение координаты ящика  $y_1=27.937$  см.

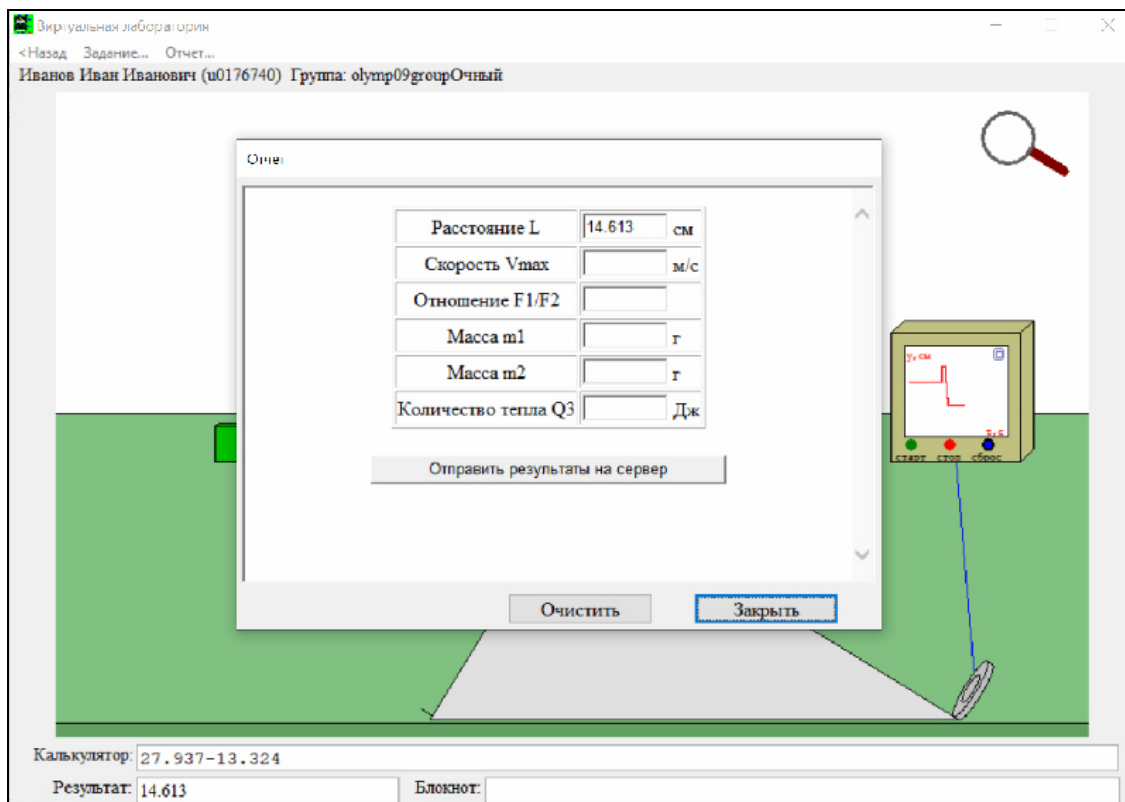
Вернем первоначальный масштаб графика и аналогичным образом выделим конечный горизонтальный участок.



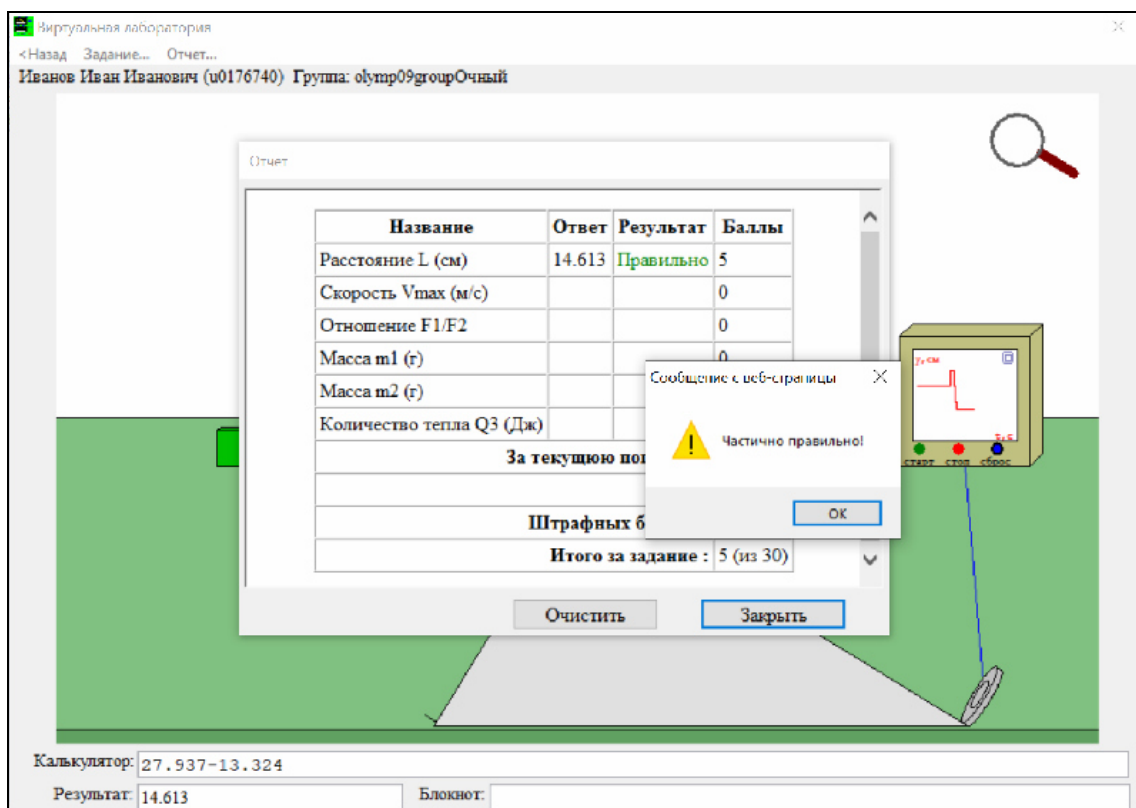
Считаем конечное значение координаты ящика  $y_2=13.324$  см.

Расстояние  $L = y_1 - y_2 = 27.937 - 13.324$  см = 14.613 см.

## Вводим ответ



и отсылаем его на сервер.



Обратите внимание, что с прошлого года в олимпиадную систему внесены изменения: за отсылку незаполненных полей в ответах не начисляются штрафные баллы. Это сделано для того, чтобы участник мог не пытаться выполнить сразу все части сложных заданий, а приучался

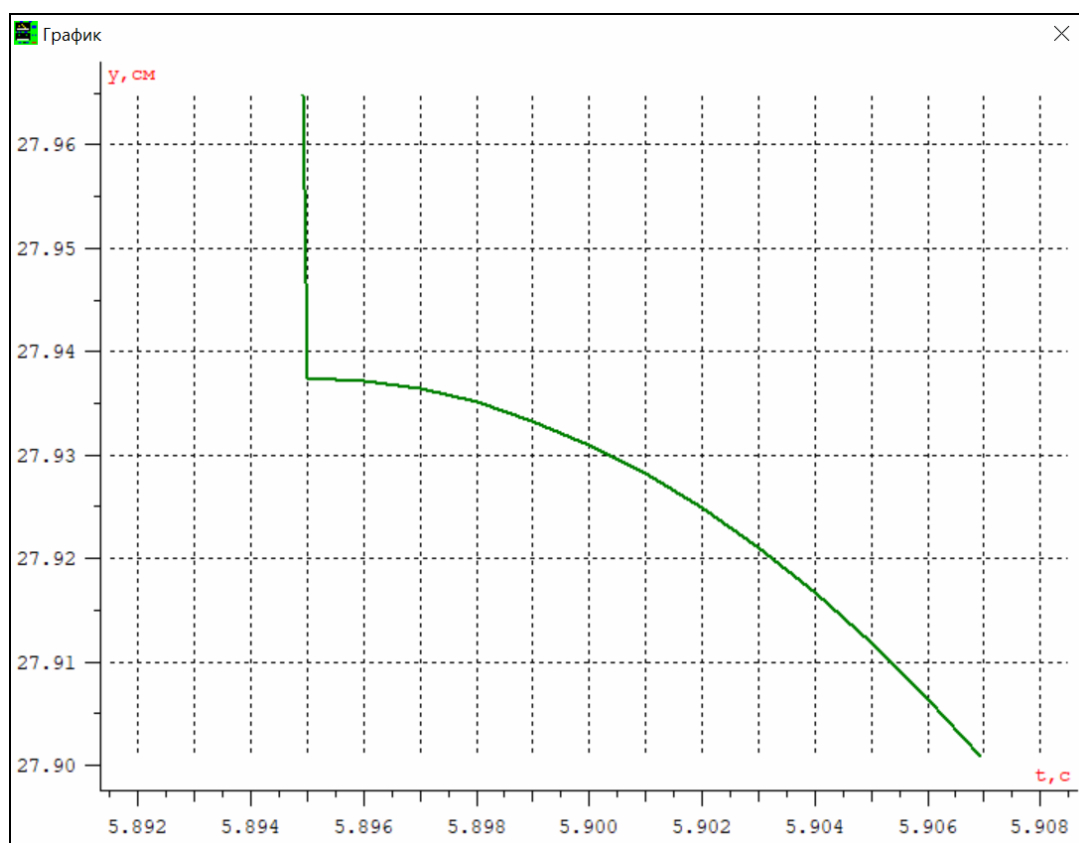
выполнять действия последовательно, имея возможность скорректировать возможные ошибки в процессе решения. Ведь сложные научные и технические проблемы всегда решаются таким образом, и умение корректировать свои действия в соответствии с обнаруженными ошибками – очень важное умение, которое выявляет олимпиада.

2. Существует несколько способов нахождения скорости  $V_{max}$ . Нам требуется выбрать из них достаточно точный и простой. Нахождение скорости по наклону нелинейного графика очень неточный метод, и мы им не будем пользоваться. Поскольку в системе по условию нет трения, движение ящика равноускоренное. Поэтому максимальная скорость  $V_{max}$  равна удвоенной средней скорости движения  $V_{cp} = L/(t_1-t_0)$

$$V_{max} = 2V_{cp} = 2L/(t_1-t_0) ,$$

где  $t_0$  – время начала движения, а  $t_2$  – время окончания движения (достижения координаты  $y_2$ ).

Чтобы найти  $t_0$ , выделим начальный участок движения



Считываем  $t_0 = 5.895$  с.

Аналогично, находим для конечной точки движения  $t_1 = 6.134$  с, поэтому  $t_1 - t_0 = 0.239$  с.

Следовательно,  $V_{max} = 2 * 14.613 / 0.239$  см/с = 1.2228 м/с.

Отчет

Название	Ответ	Результат	Баллы
Расстояние L (см)	14.613	Правильно	5
Скорость Vmax (м/с)	1.2228	Правильно	5
Отношение F1/F2			0
Масса m1 (г)			0
Масса m2 (г)			0
Количество тепла Q3 (Дж)			0
<b>За текущий тест</b>			
<b>Штраф</b>			
<b>Итого</b>			

Сообщение с веб-страницы

Частично правильно!

3. Обозначим как  $\alpha$  угол наклона правой части горки по отношению к горизонтальной плоскости. Значение сил  $F_1$  и  $F_2$  задается формулами

$$F_1 = m_1 g \cos \alpha ,$$

$$F_2 = m_1 g \sin \alpha .$$

Поэтому

$$F_1 / F_2 = \cos \alpha / \sin \alpha = \operatorname{ctg} \alpha .$$

Ускорение при движении без трения тела по правой части горки

$$a = g \sin \alpha ,$$

$$\sin \alpha = a / g .$$

При этом

$$V_{max} = a (t_2 - t_0) .$$

Следовательно,

$$a = V_{max} / (t_2 - t_0) ,$$

$$\sin \alpha = V_{max} / (t_2 - t_0) / g ,$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} .$$

Подставляя измеренные ранее значения в эти формулы, получаем

$$a = V_{max} / (t_2 - t_0) = 1.2228 / 0.239 \text{ м/с}^2 = 5.116 \text{ м/с}^2 ,$$

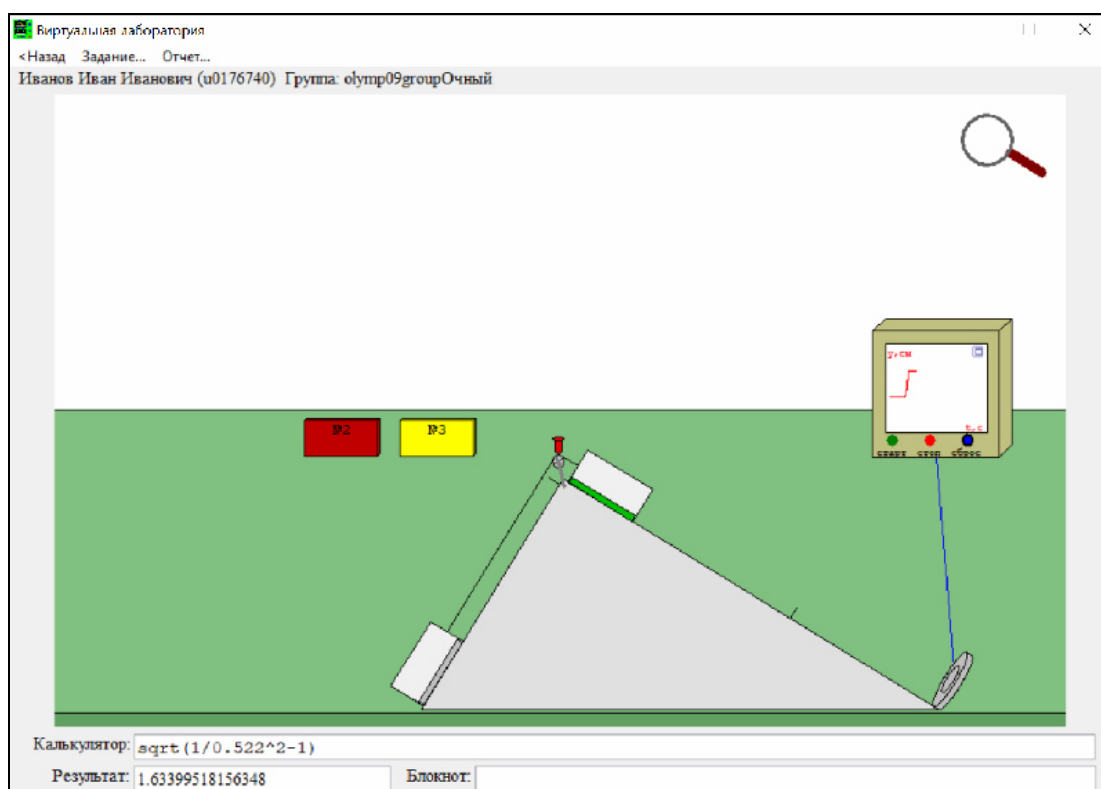
$$\sin \alpha = 5.116 / 9.8 = 0.522 ,$$

$$\cos \alpha = 0.853 ,$$

$$F_1 / F_2 = 1.634 .$$

4. Чтобы найти массу тела №1 мы можем измерить ускорения движения системы тел  $m=100$  г и  $m_1$ . Включим стопор в вершине горки, положим в левый ящик тело массой  $m$ , в правый  $m_1$ , и, потянув за правый ящик, опустим его до нижнего состояния.

Нажмем кнопку “Старт” на эхолоте, отпустим стопор и после того, как ящики закончат движение, нажмем на кнопку “Стоп”.



После отпускания стопора тела движутся с ускорением, которое обозначим как  $a_1$ . Из уравнения движения системы тел

$$(m_1 + m) a_1 = mg \cos \alpha - m_1 g \sin \alpha,$$

следует

$$m_1 = m (g \cos \alpha - a_1) / (a_1 + g \sin \alpha).$$

Измеряем  $a_1$  таким же способом как  $a$  в предыдущем пункте, с помощью измерения средней скорости движения и времени движения:

$$t'_1 - t'_0 = 2.995 - 2.314 \text{ с} = 0.681 \text{ с},$$

$$V'_{max} = 2L / (t'_1 - t'_0) = 2 * 14.613 / 0.681 \text{ см/с} = 0.4292 \text{ м/с}.$$

$$a_1 = V'_{max} / (t'_1 - t'_0) = 0.4292 / 0.681 \text{ м/с}^2 = 0.6302 \text{ м/с}^2$$

$$m_1 = 100 * (9.8 * 0.853 - 0.6302) / (0.6302 + 9.8 * 0.522) \text{ г} = 134.5 \text{ г}.$$

5. Аналогично измеряем  $m_2 = 219.2 \text{ г}$ .

6. Максимальное количество тепла, которое может выделиться телом №3 в результате окончания его движения в одном из ящиков, равно изменению потенциальной энергии при опускании тела в левом ящике при пустом правом ящике, так как в этом случае, и вся потенциальная энергия тела перейдет в тепло, а изменение высоты больше, чем при движении в правом ящике. Поэтому

$$Q_3 = m_3 gL \sin \alpha.$$

Для нахождения  $Q_3$  необходимо знать  $m_3$ . Аналогично предыдущим случаям измеряем

$$m_3 = 740 \text{ г} = 0.740 \text{ кг}.$$

В результате

$$Q_3 = m_3 gL \cos \alpha = 0.740 * 9.8 * 0.14613 * 0.853 \text{ Дж} = 0.904 \text{ Дж}.$$

Виртуальная лаборатория  
 <Назад Задание... Отчет...  
 Иванов Иван Иванович (u0176740) Группа: o5upr09groupОчный

Отчет

Название	Ответ	Результат	Баллы
Расстояние L (см)	14.613	Правильно	5
Скорость Vmax (м/с)	1.2228	Правильно	5
Отношение F1/F2	1.63	Пр	
Масса m1 (г)	134.5	Пр	
Масса m2 (г)	219.2	Пр	
Количество тепла Q3 (Дж)	0.904	Пр	

Сообщение с веб-страницы  
 Молодец, Иван, правильно!

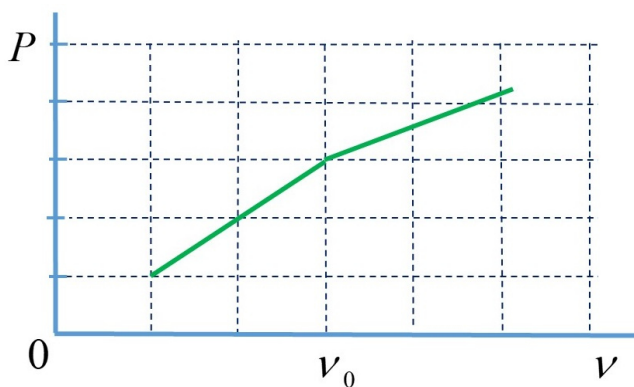
За текущую по

Штрафных баллов : 0  
 Итого за задание : 30 (из 30)

Очистить Закрывать

Калькулятор: 0.740\*9.8\*0.14613\*0.853  
 Результат: 0.90395375028

## 6. Заключительный тур. 11 класс. Олимпиада, задача: Давление в сосуде с водой и идеальным газом (15 баллов)



Внутри закрытого теплоизолированного сосуда объёмом  $V=0.85 \text{ м}^3$  находится некоторое количество воды при температуре  $T_0=273\text{К}$ . В сосуд добавляют идеальный одноатомный газ при температуре  $T_1=244 \text{ К}$ . На рисунке схематически показан график зависимости давления, устанавливающегося в сосуде после достижения равновесия, от количества вещества добавленного газа,  $v_0=36.7$  моль. Будем считать, что добавили именно это количество газа, а испарением воды можно пренебречь. Определите:

1. Массу воды в сосуде ( $m$ ).
2. На какую величину ( $\Delta V = V_{\text{конечный}} - V_{\text{начальный}}$ ) изменяется объём газа при установлении равновесия.
3. Во сколько раз ( $K = P_{\text{конечное}} / P_{\text{начальное}}$ ) изменилось давление газа в сосуде во время установления равновесия.

Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 333$  кДж/кг, универсальная газовая постоянная  $R = 8.31$  Дж/(моль К), плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1$  г/см<sup>3</sup>, плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 0.9$  г/см<sup>3</sup>. Ответы вводите с точностью до одного процента. Газ не растворяется в воде.

**Решение.**

1. Обратим внимание на то, что температура поступающего в сосуд газа ниже температуры замерзания воды. При установлении равновесия вода в сосуде будет замерзать.

Даже без строгих вычислений следует ожидать, что изменение зависимости давления в сосуде от количества вещества добавленного газа произойдёт в момент, когда вся вода превратится в лёд при температуре кристаллизации  $T_0$ , а добавленный газ нагреется до температуры  $T_0$ . Поэтому

$$\frac{3}{2} \nu_0 R (T_0 - T_1) = \lambda m \quad (1)$$

Из (1) получаем, что масса воды в сосуде

$$m = \frac{3 \nu_0 R (T_0 - T_1)}{2 \lambda} = 39.8 \text{ г} . \quad (2)$$

2. Плотность льда меньше плотности воды, поэтому лёд будет занимать больший объём, чем вода, и объём газа в сосуде уменьшится

$$\Delta V = \frac{m}{\rho_{\text{в}}} - \frac{m}{\rho_{\text{л}}} = -4.42 \text{ см}^3 . \quad (3)$$

3. Воспользуемся уравнением Клапейрона-Менделеева и вычислим отношение конечного объёма газа к начальному:

$$K = \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_0}{T_1} \frac{V - m / \rho_{\text{в}}}{V - m / \rho_{\text{л}}} = 1.12 . \quad (4)$$

4. **Задача решена**, но для желающих подробнее разобраться в происходящих процессах приведём формулы зависимости давления в сосуде от количества вещества добавленного газа.

На первом этапе в процессе установления равновесия газ в сосуде нагревается до температуры  $T_0$  за счёт того, что часть воды превращается в лёд при температуре  $T_0$

$$m_{\text{л}} = \frac{3 \nu R (T_0 - T_1)}{2 \lambda} . \quad (5)$$

Давление в сосуде определим, воспользовавшись уравнением Клапейрона-Менделеева

$$P_1' \left( V - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}} - \frac{m - m_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} \right) = \nu RT_0. \quad (6)$$

Из (5) и (6) получаем

$$P_1' = \frac{\nu RT_0}{V - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}} - \frac{m - m_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}}} = \frac{\nu RT_0}{V - \frac{m}{\rho_{\text{в}}} - \frac{3R(T_0 - T_1)(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}})}{2\lambda\rho_{\text{л}}\rho_{\text{в}}}}. \quad (7)$$

Заметим, что множитель перед  $\nu$  в последнем слагаемом в знаменателе на несколько порядков меньше  $V$ . Если объём сосуда значительно больше объёма находящейся в нём воды, эта зависимость является практически линейной.

На втором этапе вся вода превращается в лёд, при этом лёд и газ в процессе установления равновесия приобретают

$$\text{одинаковую температуру } T_x < T_0, \quad (8)$$

$$\frac{3}{2} \nu RT_1 + \lambda m + C_{\text{льда}} m (T_0 - T_x) = \frac{3}{2} \nu RT_x, \quad (9)$$

$$T_x = \frac{\frac{3}{2} \nu RT_1 + \lambda m + C_{\text{льда}} m T_0}{\frac{3}{2} \nu R + C_{\text{льда}} m}. \quad (10)$$

Зависимость давления от количества вещества поступившего в сосуд газа

$$P_2' = \frac{\nu RT_x}{V - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}}}. \quad (11)$$

Сравнивая (11) и (7) с учётом (8) для случая, когда объём сосуда много больше объёма воды, замечаем, что эта зависимость тоже практически линейна, но с меньшим угловым коэффициентом. Это и показано на графике.