

Виртуальная лабораторная работа № 1

ИССЛЕДОВАНИЕ СОУДАРЕНИЯ ШАРИКА СО СТЕНКОЙ (компьютерное моделирование)

В.В.Монахов, А.В.Кожедуб

Цель работы – определение коэффициента восстановления, продолжительности удара и средней силы взаимодействия шарика со стенкой.

На рис. 1 показан экран программы, предназначенной для проведения лабораторной работы на основе компьютерной модели. Исследуется удар стального шарика о массивную металлическую плиту. Во время столкновения шарик, подвешенный на проводящей нити, замыкает электрическую цепь. Коэффициент восстановления находится по максимальному углу отклонения шарика после удара, а время столкновения – по уменьшению напряжения на конденсаторе из-за разрядки через балластный резистор за время замыкания цепи.

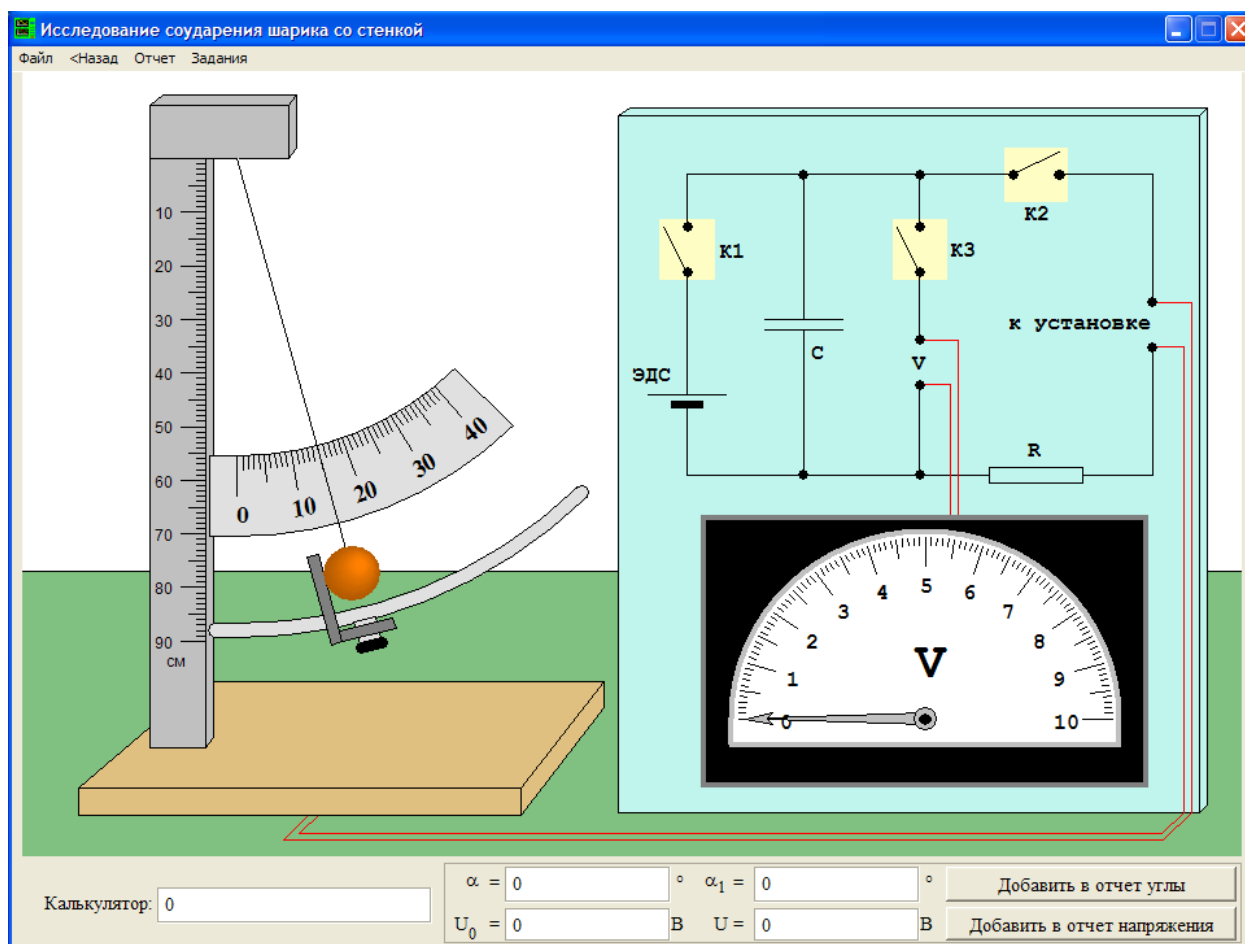


Рис.1. Основное окно программы и схема экспериментальной установки

1. Теоретические основы работы

В работе исследуется удар стального шарика о массивную неподвижную металлическую плиту (стойку установки - кронштейн) при его движении в направлении нормали к поверхности. Такой удар называется центральным, так как точка соприкосновения тел лежит на линии движения центра шарика.

Коэффициент восстановления. При соударении шарика со стенкой сначала происходит их взаимная деформация и торможение шарика до полной остановки. Затем под действием силы упругости тела полностью или частично восстанавливают первоначальную форму. При этом скорость шарика меняет свое направление на противоположное.

В предельном случае абсолютно упругого удара кинетическая энергия системы, состоящей из шарика и стенки, сохраняется. Как следствие, выполняется соотношение

$$\vec{V}_1 = -\vec{V} \quad (1)$$

где \vec{V} – скорость шарика до удара; \vec{V}_1 – скорость шарика после удара.

В случае абсолютно неупругого удара восстановления формы тел не происходит, и скорости тел уравниваются. Тогда $\vec{V}_1 = 0$. В общем случае упругие свойства системы удобно характеризовать коэффициентом восстановления.

$$E = \frac{V_1}{V} \quad (2)$$

Очевидно, $0 \leq E \leq 1$, где предельные значения соответствуют неупругому и абсолютному упругому удару. В действительности абсолютно упругих материалов не существует, и поэтому фактически $E < 1$.

Скорость шарика в работе определяется косвенным образом. Шарик подвешен на длинной нити так, что в положении равновесия соприкасается с плитой. При отклонении нити на угол α центр тяжести шарика поднимается на высоту

$$h = l(1 - \cos \alpha) \quad (3)$$

Из закона сохранения механической энергии в данном случае следует:

$$mgh = \frac{mV^2}{2}, \quad (4)$$

где V – скорость шарика в нижней точке, g – ускорение свободного падения.

Из (4) и (3) получаем

$$V = 2\sqrt{gl(1 - \cos \alpha)},$$

или

$$V = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (5)$$

Таким образом, зная начальный угол отклонения шарика α , можно из (5) найти его скорость V в начале соударения. Аналогичная формула дает скорость шарика V_1 в конце соударения:

$$V_1 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_1}{2} \quad (6)$$

где α_1 – максимальный угол отклонения после удара. Тогда из (5) и (6) получаем соотношение для расчета коэффициента восстановления

$$E = \sin \frac{\alpha_1}{2} / \sin \frac{\alpha}{2} \quad (7)$$

Если угол мал, то $E \approx \frac{\alpha_1}{\alpha}$

Время соударения и средняя сила, действующая во время удара.

Для определения продолжительности удара в работе используется косвенный метод. Известно, что если заряженный конденсатор емкостью C замкнуть на сопротивление R , то напряжение на нем уменьшается по экспоненциальному закону

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (8)$$

где t – время, $U_0 = U(0)$ – начальное напряжение.

В лабораторной установке замыкание цепи, через которую разряжается конденсатор, происходит при контакте шарика с плитой. В результате напряжение на конденсаторе после

удара оказывается меньше, чем до удара. Измерив U_0 и U , можно из (8) найти длительность удара

$$\tau = RC \ln \frac{U_0}{U} \quad (9)$$

Если известна длительность удара τ , то из второго закона Ньютона можно найти среднюю силу F взаимодействия шарика со стенкой:

$$\vec{F} = \frac{m(\vec{V} - \vec{V}_1)}{\tau} \quad (10)$$

Отсюда, учитывая, что $\vec{V}_1 = -E\vec{V}$, получаем

$$F = \frac{mV}{\tau}(1 + E) \quad (11)$$

2. Механическая часть установки

На рис. 2 показана механическая часть установки. Шарик 1 подвешен к кронштейну 2 на двух тонких проволоках 3. Такой бифилярный подвес устраняет вращение шарика и повышает точность измерения угла по шкале 4, уменьшая влияние параллакса. (В компьютерной модели видна только одна проволока, и параллакс отсутствует).

По изогнутому рельсу 5 может перемещаться и закрепляться в нужном месте специальная каретка 6. Она позволяет удерживать шарик в отклонённом положении.

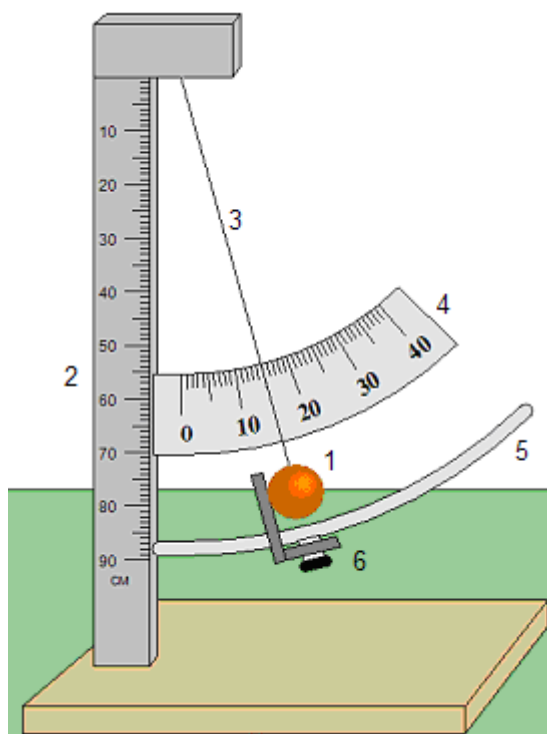


Рис.2. Механическая часть установки

Управление модельной установкой осуществляется с помощью "мыши". Чтобы задать начальный угол отклонения шарика, наведите на шарик курсор "мыши", нажмите левую кнопку и, не отпуская ее, переместите шарик на нужный угол. После чего отпустите кнопку. Механизм, удерживающий шарик, автоматически будет защёлкнут.

Чтобы отпустить шарик, щёлкните "мышью" по удерживающему его механизму.

Угол максимального отклонения шарика после соударения со стенкой регистрируется визуально.

3. Электрическая схема установки

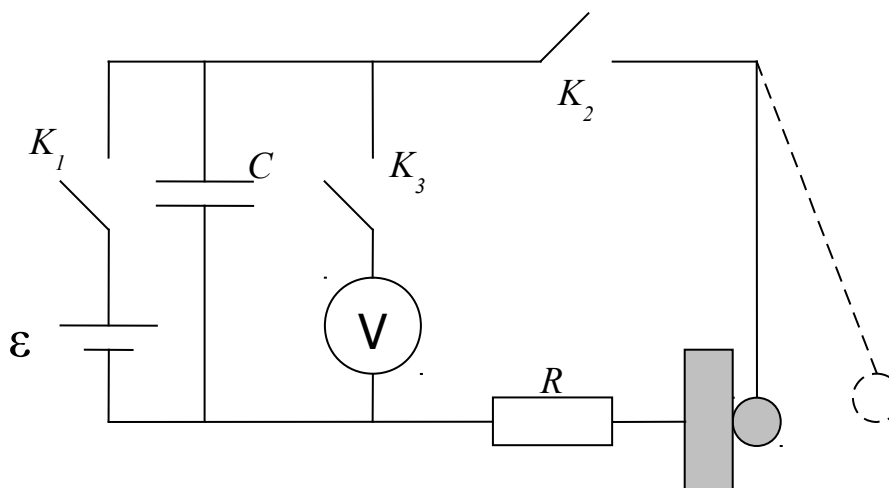


Рис.3. Электрическая схема установки

На рис. 3 показана электрическая схема установки. При замыкании ключа K_1 конденсатор C заряжается от батареи ε . Напряжение на конденсаторе измеряется вольтметром V при замыкании ключа K_3 .

Ключ K_2 служит для подсоединения цепи разряда конденсатора к установке. Шарик, подвешенный на металлической нити, при контакте с плитой играет роль еще одного ключа, замыкающего цепь в течение удара. В компьютерной модели после завершения первого удара ключ K_2 автоматически отключается, благодаря чему второй и последующие удары шарика не влияют на разряд конденсатора. В реальной установке такое отключение следует проводить вручную.

Внимание! Вольтметр обладает конечным входным сопротивлением. Из-за этого при замкнутом ключе K_3 происходит утечка заряда с конденсатора. Поэтому измерение начального напряжения на конденсаторе следует проводить при замкнутых ключах K_1 и K_3 . Затем следует сначала выключить ключ K_3 , и только потом выключить ключ K_1 – иначе конденсатор начнёт разряжаться через сопротивление утечки вольтметра. По той же причине измерение напряжения на конденсаторе после удара следует проводить в самый первый момент после замыкания ключа K_3 .

4. Порядок выполнения работы

ЧАСТЬ 1. Определение коэффициента восстановления E

1. Отклоните шарик на угол $\alpha = 15^\circ$ (или другой угол по указанию преподавателя). Затем, освободив шарик, зарегистрируйте угол α_1 максимального отклонения. Занесите значения углов в отчёт. Измерения проведите 2-4 раза.

2. Проведите опыт для углов $\alpha = 10^\circ$ и $\alpha = 5^\circ$ (или других углов по указанию преподавателя) - для каждого угла по 2-4 измерения.

3. Рассчитайте для каждого из углов коэффициент восстановления E по формуле

$$E = \sin(\alpha/2) / \sin(\alpha_1/2)$$

Значения для каждого из углов усредните.

Внимание! При выполнении данной части работы электрическая схема не используется, и в отчет добавляются только углы (кнопка “Добавить в отчёт углы”).

ЧАСТЬ 2. Определение продолжительности удара t , средней силы взаимодействия шарика со стенкой F и скорости шарика в начале удара V

1. Отклоните шарик на угол $\alpha = 15^\circ$ (или другой угол по указанию преподавателя). Нажав на ключ K_1 , зарядите конденсатор от источника напряжения. Затем подключите к

конденсатору вольтметр, нажав на ключ $K3$. Измерьте начальное напряжение U_0 на конденсаторе и отключите вольтметр, выключив $K3$.

2. Подсоедините конденсатор к шарикам через проводящую нить, включив ключ $K2$. После чего освободите шарик.

3. Во время удара шарика о стенку происходит постепенный разряд конденсатора. Скорость разряда задаётся значением ёмкости C и величиной балластного резистора R . Сразу после удара ключ $K2$ автоматически выключится. После этого измерьте остаточное напряжение U на конденсаторе и занесите его в отчёт.

Не забудьте, что вольтметр обладает конечным входным сопротивлением, из-за чего при его подсоединении конденсатор начинает разряжаться. Поэтому измерения надо проводить быстро.

Внимание! При выполнении данной части работы в отчёт добавляется начальный угол отклонения α , а также напряжения U_0 и U (кнопка “Добавить в отчёт напряжения”). Угол α вводить не надо.

5. Проведите опыт 2-4 раза. Затем проведите по 2-4 раза аналогичных опыта для углов $\alpha=10^\circ$ и $\alpha=5^\circ$ (или других углов по указанию преподавателя).

6. Занесите в отчёт длину нити l . Значения m, R, C заносятся программой автоматически.

7. Рассчитайте значения t, F и V для углов, при которых были проведены измерения.

ЧАСТЬ 3. Расчет погрешностей

1. Рассчитайте погрешности измерения E, F, V, t и занесите их в отчёт.

Из (7), (9), (5) и (11) можно вывести следующие формулы для погрешностей:

$$\frac{\Delta E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \alpha}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \alpha_1}{\alpha_1}\right)^2};$$

$$\frac{\Delta \tau}{\tau} = \sqrt{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2},$$

где

$$y = \ln\left(\frac{U_0}{U}\right)$$

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U_0}{U_0}\right)^2}$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \left[\left(\frac{\Delta \alpha}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{2l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{2g}\right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\frac{\Delta F}{F} = \left[\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \tau}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{\Delta E}{E+1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 \right]^{1/2}$$