Разбор теоретических задач заключительного тура Интернет-олимпиады школьников по физике

Замечание: основу олимпиады составляют задания на основе моделей виртуальных лабораторий. Теоретические задачи лишь дополняют их. В каждом классе (параллели) было лишь по одной теоретической задаче.

Оглавление

Задача 7 класс. Неисправный лесовоз (20 баллов) 1
Задача 8 и 9 класс. Связанные грузы (20 баллов) 2
Задача 10 класс. Газы в сосуде (10 баллов) 3
Задача 11 класс. Жидкий астероид (10 баллов) 4

Задача 7 класс. Неисправный лесовоз (20 баллов)

Лесовозы вывозили древесину с вырубки на железнодорожную станцию по прямой дороге. В пути каждая машина двигалась равномерно. Первая машина выехала рано утром, но по пути сломалась и встала. Водитель вызвал аварийную службу и начал отсчёт времени. В этот момент вторая машина была в пути, а третья только отъезжала от вырубки. Оказалось, что в промежутке времени от 21 мин до 31 мин сумма расстояний между всеми тремя машинами (L_{12}+L_{13}+L_{23}) была минимальной и равной L=7140 м, а в момент времени 71 мин вторая машина прибыла на станцию.

Вычислите:

1. Скорость движения третьей машины (V_3).
2. Спустя какой интервал времени t после старта второй машины выехала третья.
3. Расстояние X_3 от места поломки до станции.
4. Расстояние X_4 от вырубки до станции.

Ответы вводите с точностью не хуже 1 процента. Для решения удобно построить график зависимости координат машин от времени.

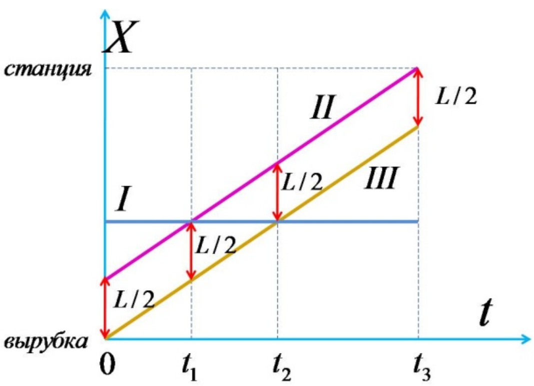
Введите ответ:

Скорость движения третьей машины V_3 = 5.95 м/с

От старта второй машины до старта третьей прошло t = 10 мин

От места поломки до станции X_3 = 17.9 км

От вырубки до станции X_4 = 28.9 км



Решение:

1) На рисунке показан график зависимости координат всех машин от времени.

Второй и третий лесовозы движутся с постоянными скоростями, но в промежутке времени от t_1 до t_2 сумма расстояний между всеми машинами остаётся постоянной,

следовательно, скорости второго и третьего лесовозов равны между собой, и в момент времени t_1 мимо первой машины проехала вторая, а в момент времени t_2 - третья.
За промежуток времени $t_2 - t_1$ вторая и третья машины прошли расстояние $L/2$.
Определим скорость третьей (и второй) машины:

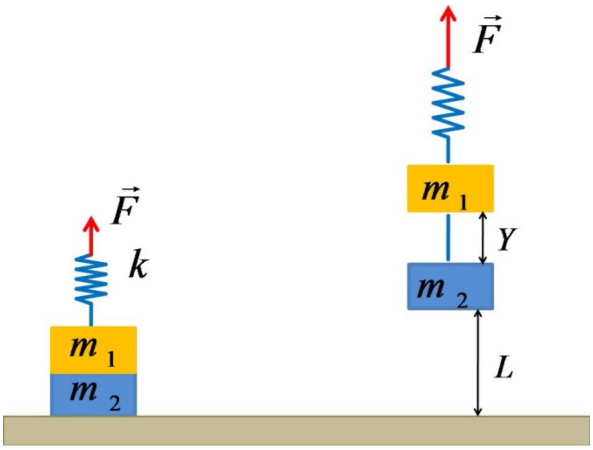
$$V_3 = \frac{L}{2(t_2 - t_1)} = 5.95 \text{ м / с.} \quad (1)$$

2) Третья машина выехала в момент времени, когда вторая прошла расстояние $L/2$, учитывая (1) определяем, что на это потребовалось время $t = \frac{L}{2V_3} = t_2 - t_1 = 10$ *мин.* (2)

3) На путь от места поломки до станции вторая машина затратила время $t_3 - t_1$, учитывая её скорость (1), найдём это расстояние $X_3 = \frac{L(t_3 - t_1)}{2(t_2 - t_1)} = 17.9$ *км.* (3)

4) В момент начала отсчёта времени вторая машина была на расстоянии $L/2$ от вырубки, двигаясь со скоростью $V_2 = V_3$ она преодолела оставшийся путь за время t_3. Расстояние от вырубки до станции $X_3 = \frac{L}{2}\left(\frac{t_3}{(t_2 - t_1)} + 1\right) = 28.9$ *км.*

Задача 8 и 9 класс. Связанные грузы (20 баллов)



Два цилиндра связаны невесомой нерастяжимой нитью длиной Y=9 см и лежат один на другом. Масса верхнего цилиндра m_1=0.18 кг , а нижнего m_2=0.21 кг. Школьник прикрепил к верхнему цилиндру пружину жёсткостью k=64 Н/м и стал медленно поднимать её за свободный конец (см. рис.). Определите:
1. Какую работу (A_1) он совершил до того, как верхний груз начал движение.
2. Какую работу (A_2) он совершил до того, как нижний груз начал движение.
3. Какую работу (A_3) он совершил к моменту, когда нижний груз поднялся на высоту L=112 см.
4. Для этого же момента времени определите отношение (X) увеличения потенциальной энергии грузов к увеличению потенциальной энергии пружины.
Ускорение свободного падения примите равным 9.8 м/с^2 Ответы вводите с точностью не хуже 1 процента.

Введите ответ:

A_1= 24.3 мДж

A_2= 273 мДж

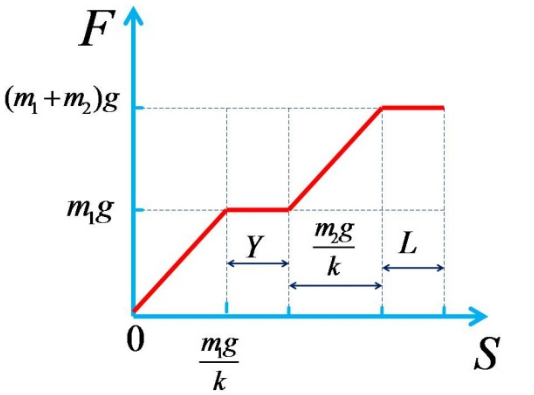
A_3= 4.55 Дж

X= 38.9

Решение:

1) Сила F, приложенная к верхней пружине будет постепенно увеличиваться, растягивая её. Когда сила упругости верхней пружины kx_1 сравняется с силой тяжести верхнего груза m_1g, он придёт в движение.

$m_1g = kx_1$, Работу, которую совершит сила F на этом этапе, определим по площади, ограниченной графиком зависимости силы F от перемещения S точки её приложения, осью абсцисс и вертикальной прямой $\frac{m_1g}{k}$:



$$A_1 = \frac{m_1g}{2k}m_1g = 24.3 \text{ мДж.}$$

2) После этого, до момента, когда второй груз начнёт подниматься, точка приложения силы F пройдёт расстояние Y (пока не натянется нить, связывающая грузы) и расстояние $\frac{m_2g}{k}$, пока пружина будет деформироваться до $x_2 = \frac{(m_1+m_2)g}{k}$. Аналогично, вычисляя работу по площади, получим: $A_2 = \frac{(m_1+m_2)g}{2k}(m_1+m_2)g + m_1gY = 273 \text{ мДж.}$

3) Затем, когда оба груза поднимутся на расстояние L, работа силы F увеличится на $(m_1+m_2)gL$:

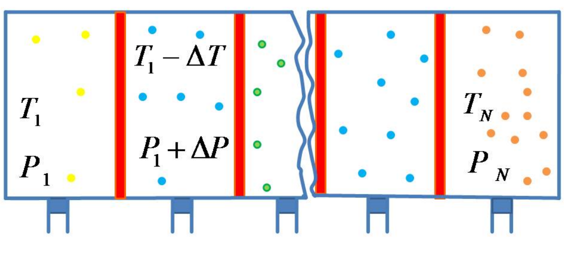
4) Отношение увеличения потенциальной энергии грузов к увеличению потенциальной энергии пружины к этому моменту $X = \frac{m_1gY + (m_1+m_2)gL}{\left(\frac{(m_1+m_2)^2g^2}{2k}\right)} = 38.9.$

$$A_3 = \frac{(m_1+m_2)^2g^2}{2k} + m_1gY + (m_1+m_2)gL = 4.55 \text{ Дж.}$$

Задача 10 класс. Газы в сосуде (10 баллов)

$$P_X = P_1 + \Delta P\cdot(X-1)$$

$$T_X = T_1 - \Delta T\cdot(X-1)$$



Теплоизолированный сосуд разделён на N=8 одинаковых частей теплопроводящими поршнями. В начальный момент времени поршни закреплены. В каждую из частей сосуда быстро закачивают различные одноатомные газы, так что давление и температура в части с номером X определяются выражениями: $P_X=P_1+(X-1)\,\Delta P$, $T_X=T_1-(X-1)\,\Delta T$, P_1=70 кПа, ΔP=760 Па, T_1=730 K, ΔT=19 K. Затем поршни освобождают, они могут скользить без трения внутри сосуда. Спустя некоторое время устанавливается равновесие. Теплоёмкостью стенок сосуда и поршней можно пренебречь. Газы сквозь поршни не проникают. Вычислите

1. Давление P, установившееся в части с номером Z=5.
2. Во сколько раз Y уменьшилось давление в части с номером N.

Ответы введите с точностью не хуже одной десятой процента.

Введите ответ:

P= 72.66 кПа

Y= 1.037

Решение:

1) Обозначим объём, занимаемый всеми газами в сосуде через V. После установления равновесия все газы будут иметь одинаковое давление P и одинаковую температуру T. В соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона, конечное давление в сосуде

$$P=\frac{TR}{V}\left(\nu_1+\nu_2+\ldots+\nu_N\right)(1).$$

Воспользуемся законом сохранения энергии и уравнением Менделеева-Клапейрона, чтобы определить правую часть уравнения (1):

$$\frac{3}{2}TR\left(\nu_1+\nu_2+\ldots+\nu_N\right)=\frac{3}{2}R\left(\nu_1T_1+\nu_2T_2+\ldots+\nu_NT_N\right)=\frac{3}{2}\frac{V}{N}\left(P_1+P_2+\ldots+P_N\right)(2).$$

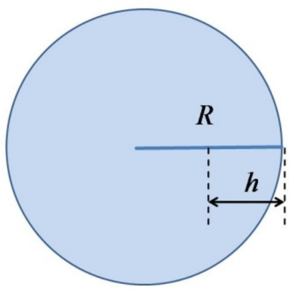
Из (1) и(2) находим давление, установившееся в сосуде:

$$P=\frac{\left(P_1+P_2+\ldots+P_N\right)}{N}=\frac{1}{N}\frac{2P_1+\Delta P(N-1)}{2}N=P_1+\frac{\Delta P(N-1)}{2}=72.66\ кПа.\ \ (3)$$

2) Воспользуемся (3) и определим, во сколько раз уменьшится давление в части с номером N:

$$X=\frac{P_N}{P}=\frac{P_1+(N-1)\Delta P}{P_1+\dfrac{\Delta P(N-1)}{2}}=1.037.\ \ (4)$$

Задача 11 класс. Жидкий астероид (10 баллов)



В космосе, далеко от звёзд и планет, летит астероид радиусом R=460 м, целиком состоящий из несжимаемой жидкости плотностью ρ=2160 кг/м^3.

1. Вычислите давление жидкости P внутри астероида на глубине h=300 м от поверхности.
2. Во сколько раз Z это давление меньше, чем в центре астероида.

Ответы вводите с точностью не хуже, чем до одного процента. Гравитационная постоянная G=6.674 · 10^{-11} м^3/(кг · с^2), число π=3.1416.

Введите ответ:

P= 121 Па

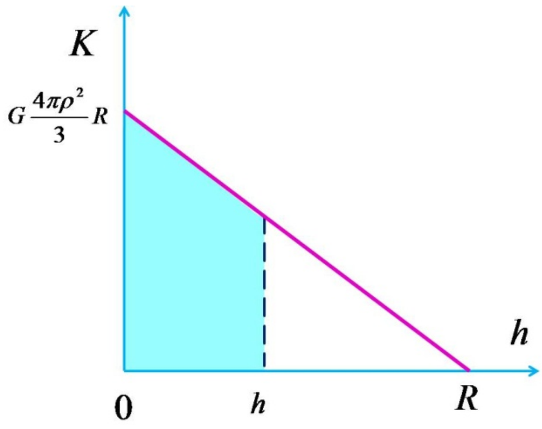
Z= 1.14

Решение:

1) выделим вдоль радиуса астероида узкий цилиндр с площадью сечения S. Рассмотрим малый его элемент, находящийся на глубине h. Масса этого элемента $\Delta m=\rho S\Delta h$ (1). На него действует гравитационная сила со стороны части астероида, радиусом $R-h$.

Её величина $\Delta F = G\dfrac{\rho\frac{4}{3}\pi(R-h)^3\Delta m}{(R-h)^2}$ (2). В соответствии с (1) и (2), при погружении на глубину Δh давление возрастает на величину $\Delta P = \dfrac{\Delta F}{S} = G\dfrac{\rho^2 4\pi(R-h)}{3}\Delta h = K\Delta h$ (3).

На рисунке показана зависимость коэффициента пропорциональности K от глубины h.



$$K = G\frac{\rho^2 4\pi(R-h)}{3} \quad (4).$$

По площади треугольника, ограниченного графиком зависимости $K(h)$, осью h и вертикальной прямой $h=0$, определяем давление в центре астероида:

$$P_{\max} = G\frac{\rho^2 4\pi R^2}{6} \quad (5).$$

Давление на глубине h определим по площади трапеции, ограниченной графиком зависимости $K(h)$, осью h и вертикальными прямыми

$h=0$ и $h=h$: $P = G\dfrac{\rho^2 4\pi}{3}\dfrac{(R+(R-h))h}{2} = G\dfrac{\rho^2 2\pi(2R-h)h}{3} = 121\ Па$ (6).

2) Из (5) и (6) определяем отношение давления в центре астероида к давлению на глубине h:

$$Z = \frac{R^2}{(2R-h)h} = 1.14 \quad (7).$$